MALYNÁR

Číslo **6** — Ročník **28** **malynar.strom.sk**

Ahojte!

Ani sa nenazdáte a už tu budú letné prázdniny. Ešte pred nimi si niektorí z vás môžu vychutnať týždeň plný zábavy a matematiky! Po dvoch náročných sériách tí najlepší zažijú odmenu vo forme nezabudnuteľného sústredenia. Okrem poradia prinášame aj vzorové riešenia a komentáre, ktoré určite neprehliadnite!

Vaši milovaní vedúci MALYNÁRa

Ako bude

Tábor mladých matematikov

Aj toto leto môžeš stráviť týždeň plný zábavy s kamarátmi a super vedúcimi na Tábore mladých matematikov. Môžeš sa tešiť na neopakovateľný program, zábavne podanú matiku a príjemnú spoločnosť.
TMM sa bude konať 11. – 18. augusta v Chate Radzim pri obci Vyšná Slaná a je určené pre budúcich siedmakov až budúcich druhákov na strednej škole. Kompletné informácie, ako aj prihlasovanie nájdeš na našej stránke. Nenechávaj si prihlásenie na poslednú chvíľu, lebo počet miest je obmedzený. Tešíme sa na teba.

Vzorové riešenia 2. série úloh letného semestra

1 opravovali **Martin Mihálik** a **Lenka Hake**

najkrajšie riešenie: Oskar Cacara

55 riešení

Zadanie

V kruhu sedí niekoľko malých zajačikov. Prvý z nich povie: „Je nás tu 6“ a vyskočí z kruhu preč. Postupne vyskakuje z kruhu ďalší a ďalší zajačik a vždy povie: „Všetci, čo vyskočili predo mnou, klamali.“ Takto to pokračuje až kým v kruhu nebude sedieť ani jeden zajačik. Koľko zajačikov hovorilo pravdu? Nájdite všetky možnosti a svoje riešenie odôvodnite.

Riešenie

Prvý zajačik povie: „Je nás tu 6“ a vyskočí z kruhu preč.
Povedzme, že hovoril pravdu. Každý ďalší zajačik povie: „Všetci, čo vyskočili predo mnou, klamali,“ lenže pred každým z nich vyskočil z kruhu minimálne jeden zajačik, čo neklamal, a to prvý zajačik. Takže okrem prvého zajačika už všetci ostatní klamú.
Teraz povedzme, že prvý zajačik klamal. Ak by v kruhu sedel sám, tak by to znamenalo, že pravdu nehovoril nikto. Ak by zajačikov v kruhu bolo viac ako jeden, tak druhý zajačik povie: „Všetci, čo vyskočili predo mnou, klamali.“ To je pravda, keďže jediný zajačik, čo vyskočil pred ním, klamal. Aj každý ďalší zajačik povie to isté ako druhý. Lenže pred každým z nich už vyskočil z kruhu zajačik, ktorý povedal pravdu, a to práve druhý zajačik. Takže po druhom zajačikovi všetci ďalší klamú. A keďže aj prvý zajačik klamal, tak okrem druhého zajačika klamú všetci.
Vidíme, že počet zajačikov hovoriacich pravdu je vždy buď 0 alebo 1.

Komentár

Bohužiaľ, dosť riešiteľov sme nemohli kladne ohodnotiť, pretože nesprávne pochopili zadanie tejto úlohy. U inak správnych riešení bolo častou chybou, že ste zabudli zvážiť prípad, keď je zajko len jeden. Veľakrát nám tiež chýbala samotná odpoveď na otázku v zadaní, ktorá síce nie je úplne nevyhnutná, ale aj tak ju odporúčame vždy do riešenia napísať. Uľahčíte tým prácu tomu, kto bude vaše riešenie čítať, aby nemusel dešifrovať vaše závery z celého textu.

2 opravovali **Mimi Hanus** a **Janči Richnavský**

najkrajšie riešenie: Oliver Seman

73 riešení

Zadanie

Na papieriku stálo, že štvormiestny PIN kód od dverí je zaujímavý:

- všetky jeho číslice sú prvočísla,
- 1. a 2. číslica v tomto poradí vytvorí prvočíslo

- 2. a 3. číslica v tomto poradí vytvorí prvočíslo
- 3. a 4. číslica v tomto poradí vytvorí prvočíslo

Na papieriku taktiež stálo, že všetky uvedené informácie sú pravdivé a po vložení správneho PINu sa dvere odomknú. Koľko existuje takých štvormiestnych čísel, ktoré by mohli byť správnym PINom od dverí? Nezabudnite odôvodniť, že ste na žiadne možnosti nezabudli.
Prvočíslo je prirodzené číslo väčšie ako 1, ktoré je deliteľné len číslom 1 a samo sebou.

Riešenie
Z desiatich číslic 2, 3, 5 a 7 sú prvočísla. Z týchto utvoríme 16 dvojciferných čísel (potenciálnych dvojčíslí kódu), ktorými sú 22, 23, 25, 27, 32, 33, 35, 37, 52, 53, 55, 57, 72, 73, 75 a 77. Z nich prvočíslami sú práve 23, 37, 53 a 73, čiže každou číslicou sa začína iba jedno. Z toho plynie, že cifra jednoznačne určuje nasledujúcu. Z každej počiatočnej číslice preto vytvoríme práve jedno riešenie, pričom nimi budú 2373, 3737, 5373 a 7373.

Komentár
Mnoho riešiteľov pochopilo zadanie zle, čo nás veľmi mrzí. Mnohí sa domnievali, že súčty susedných cifier majú byť prvočísla, a nie, že má byť prvočíslom to číslo, ktoré spolu tvoria. Ak si náhodou nie ste istí, či rozumiete zadaniu, neváhajte ani chvíľu a spýtajte sa nás naň v diskusii na našej stránke pod daným zadaním.
Medzi vami sa však našlo aj mnoho takých, ktorí úlohu pochopili a aj vyriešili správne. Avšak v mnohých prípadoch chýbalo vysvetlenie toho, ako ste čísla tvorili a prečo iné určite neexistujú. V riešeniach musíte vysvetliť každý jeden krok, ktorý robíte, a ak tak spravíte, môžete si byť istí, že dostanete maximálny počet bodov :).

3

opravovali **Janka Baranová** a **Timka Szöllősová**
najkrajšie riešenie: všetci, ktorí dostali 9 bodov :)

32 riešení

Zadanie
Obytný sektor má tvar štvorca 5×5 a každá miestnosť (štvorček 1×1) má priradené jednociferné číslo. V prípade núdze je potrebné vyfarbiť niektoré miestnosti tak, aby sa žiadna hodnota miestnosti nevyskytovala medzi nevyfarbenými hodnotami v žiadnom riadku ani stĺpci viac ako 1-krát. Ďalšou podmienkou je, že vyfarbené miestnosti sa nesmú dotýkať stranou a nevyfarbené musia tvoriť súvislú plochu (v nej musia byť všetky nevyfarbené miestnosti spojené stranou).

a) Ukážte, že ak je v obytnom sektore 5×5 hneď vedľa seba (v jednom riadku alebo jednom stĺpci) umiestnená trojica rovnakých čísel, musia byť obe krajné miestnosti zafarbené a naopak stredná nesmie byť zafarbená. Svoje riešenie poriadne zdôvodnite.

b) Ukážte, že v obytnom sektore 5×5 nesmie byť číslo, ktoré by sa nachádzalo medzi dvojicou rovnakých čísel v jednom riadku alebo stĺpci, a zároveň by bolo zafarbené. Svoje riešenie poriadne zdôvodnite.

c) Vyfarbite štvorec na obrázku tak, aby vyhovoval podmienkam zadania. Spíšte aj postup v bodoch ako ste postupovali a prečo.

3	2	4	4	4
5	1	5	3	2
4	4	2	5	4
1	4	5	2	3
4	5	4	1	4

Riešenie

a) Pozrime sa na trojicu rovnakých čísel vedľa seba. Podľa zadania vieme, že žiadna hodnota sa nesmie vyskytovať medzi nevyfarbenými hodnotami v danom riadku (stĺpci) viac ako raz. Preto z troch rovnakých čísel v jednom riadku (stĺpci) musíme zafarbiť aspoň 2 (aby najviac 1 miestnosť bola nezafarbená). Keby sme zafarbili všetky 3 rovnaké čísla, tak by sa zafarbené miestnosti dotýkali (keďže sú to 3 susedné miestnosti), čo nedovoľuje zadanie. Preto zafarbíme práve 2 miestnosti. Ktoré? Keby sme zafarbili strednú, tak ako druhú už nemáme ktorú zafarbiť (lebo by sa zafarbené miestnosti dotýkali), preto musíme zafarbiť obe krajné a strednú nechať nezafarbenú, čo sme chceli ukázať v úlohe a).

b) Pozrime sa na dvojicu rovnakých čísel v jednom riadku (stĺpci). Podľa zadania musíme zafarbiť aspoň jednu z týchto dvoch miestností. Avšak ak aspoň jedna z nich bude zafarbená, tak miestnosť medzi nimi zafarbená byť nemôže (lebo by sa zafarbené miestnosti dotýkali), čo sme chceli ukázať v úlohe b).

c) Poďme teraz napísať postup, ktorým vyfarbíme náš štvorec tak, aby vyhovoval všetkým podmienkam zo zadania. Využijme pri tom naše podúlohy a) a b), veď preto sme vám ich predsa dali ;) (jednotlivé kroky sú zobrazené aj na obrázku dole – v poradí od najsvetlejšej po najtmavšiu sivú).

- v 1. riadku máme trojicu štvoriek vedľa seba, teda použijeme úlohu a) a zafarbíme krajné dve

- nadväzujeme na to a vidíme, že v 3. stĺpci máme dve päťky a medzi nimi dvojku, podľa b) vieme, že stredné číslo musí byť nezafarbené a aspoň jedno z krajných zafarbené a keďže horná päťka sa dotýka už zafarbenej štvorky tak musíme zafarbiť dolnú päťku
- v 2. riadku máme už nezafarbenú päťku v 3. stĺpci, preto päťka v 1. stĺpci musí byť zafarbená a jednotka v 2. stĺpci nezafarbená (opäť podľa podúlohy b))
- v 3. riadku sa nachádzajú tri štvorky, z nich musíme aspoň dve zafarbiť, v 1. stĺpci však nemôžeme, keďže sa dotýka zafarbenej päťky, preto zvyšné dve už musíme ofarbiť
- v 4. riadku nemáme žiadnu hodnotu viackrát, takže nemusíme riešiť
- v 5. riadku znova podľa úlohy b) vieme, že päťka a jednotka musia byť nezafarbené (keďže sú medzi dvoma rovnakými hodnotami) a vieme, že z trojice štvoriek musia byť aspoň dve zafarbené a tá v 3. stĺpci byť nemôže (keďže sa dotýka už zafarbenej päťky), preto zafarbíme štvorky v 1. aj 5. stĺpci

3	2	4	4	4
5	1	5	3	2
4	4	2	5	4
1	4	5	2	3
4	5	4	1	4

Nakoniec si skontrolujme postupne všetky riadky a stĺpce, že sa žiadna nezafarbená hodnota nenachádza v riadku alebo stĺpci viac ako raz. Vidíme, že to sedí a taktiež, že sa žiadne zafarbené miestnosti nedotýkajú a nevyfarbené tvoria súvislú plochu. Všimnime si tiež, že toto ofarbenie je jediné, pretože všetky ofarbenia políčok boli nutné a zároveň ostalo už len jediné políčko, ktoré ešte môžeme ofarbiť (teda nedotýka sa žiadneho už ofarbeného) – políčko v druhom riadku a štvrtom stĺpci. Ak by sme však vyfarbili aj toto políčko, narušila by sa súvislosť nevyfarbenej plochy.

Komentár

Úloha nebola jednoduchá na pochopenie, no drvivá väčšina to zvládla. Najväčší problém bol v tom, že niektorí ste úplne zabudli na úlohy a) a b), považovali ste ich za fakt a ani sa nesnažili vysvetliť, prečo to tak je. Čo je škoda, nakoľko boli jednoduché a aj ste ich priamo, či nepriamo, využívali vo svojich riešeniach. Nevysvetlenie týchto dvoch úloh vás stálo dokopy až 4 body. Úlohu c) už veľa z vás zvládlo správne, škoda len, že niektorí ste nenapísali kompletný postup a tiež, že ste nevysvetľovali, prečo ktorý krok robíte a že je nutný.

4 opravovali **Viki Brezinová** a **Lujza Milotová**
najkrajšie riešenie: Bruno Michael Kraner

63 riešení

Zadanie
Vybratých 5 zajacov sa zúčastnilo turnaja. Každý s každým odohral práve jeden zápas. Za výhru získava hráč 1 bod, za remízu 0,5 bodu a za prehru 0 bodov. O turnaji vieme len to, že zajac s najvyšším počtom bodov nemal žiadnu remízu. Zajac, ktorý skončil ako druhý, žiaden zápas neprehral. A každý zo zajacov získal iný počet bodov. Koľko bodov získali jednotlivé zajace? Nájdite všetky možnosti a odôvodnite, že iné nie sú.

Riešenie
Najprv si zistíme, koľko zápasov sa odohralo. Každý z piatich zajacov hral práve jeden zápas s každým zo zvyšných štyroch zajacov. Ak však počet zápasov vypočítame ako $5 \cdot 4$, tak sme každý zápas započítali dvakrát. Napríklad osobitne sme započítali zápas, ktorý hral 1. s 2. a zápas, ktorý hral 2. s 1., aj keď je to stále ten istý zápas, a teda by sme ho mali započítať len raz. Takto to platí pre každú dvojicu zajacov, ktorá spolu odohrala zápas, preto tento počet ešte musíme vydeliť dvoma. Dokopy sa teda odohralo $5 \cdot 4/2 = 10$ zápasov. V každom zápase sa rozdal práve 1 bod (buď 1 za výhru $+0$ za prehru alebo $0,5 + 0,5$ obom zajacom za remízu). Dokopy sa rozdalo 10 bodov.

Počet bodov 1. **zajaca:** Keďže 1. zajac nemal žiadnu remízu, tak počet bodov, ktorý získal je celočíselný. Vieme, že 2. zajac nemal žiadnu prehru. Z toho vyplýva, že 2. musel nad 1. vyhrať, pretože 2. nemohol prehrať a ani nemohla nastať remíza. Preto 1. zajac získal najviac 3 body (ak vyhral nad všetkými ostatnými). Mohol získať menej? Ak by získal 2 body, ostatné počty bodov by boli $1,5$; 1; $0,5$; 0, čo nedáva celkový súčet bodov 10 $(2 + 1,5 + 1 + 0,5 + 0 = 5)$. Z toho vyplýva, že 1. zajac získal práve 3 body.

Počet bodov 2. **zajaca:** O 2. zajacovi už vieme, že mal 1 výhru a žiadnu prehru. Najmenší možný počet bodov by získal, keby zvyšné 3 zápasy remízoval. Takto by získal $2,5$ boda, čo zároveň spĺňa podmienku, že nemohol získať rovnaký počet bodov ako 1. zajac. Viac bodov získať nemohol, lebo musí mať menej ako 1. zajac, čiže získal práve $2,5$ boda.

Počty bodov 3., 4. **a** 5. **zajaca:** Vieme, že celkový súčet bodov, ktoré jednotlivé zajace získali, musí byť 10, a už vieme aj to, že 1. zajac získal 3 a druhý $2,5$ boda. Z toho dostávame jedinú možnosť, aké počty bodov mohli získať 3., 4. a 5. zajac, a to 2; $1,5$ a 1 $(3+2,5+2+1,5+1 = 10)$. Ak by niektorí zo zajacov získal menej bodov, už by dokopy nemali 10 bodov, a ak by niektorí zo zajacov získal viac bodov, tak by niektorí dvaja mali rovnakí počet bodov. Každý z týchto 3 zajacov má momentálne $0,5$ boda (pretože všetci traja s 1. zajacom prehrali a s 2. zajacom remízovali). Preto 3. musí získať ešte $1,5$ boda, 4. ešte 1 bod a 5. ešte $0,5$ boda a každý z nich bude hrať

ešte práve 2 zápasy. $1,5$ boda sa dá z dvoch zápasov získať len výhrou+remízou. $0,5$ boda sa dá získať len remízou+prehrou. 1 bod sa dá získať dvoma remízami alebo výhrou+prehrou. Preto sú 2 možnosti, ako mohli jednotlivé zajace získať práve tieto počty bodov (podľa 3. zajaca):
1. Ak 3. zajac vyhral so 4. a remízoval s 5., tak 4. zajac musel vyhrať s 5., aby mal výhru a prehru (a aby 5. mal remízu a prehru).
2. Ak 3. zajac vyhral s 5. a remízoval so 4., tak 4. zajac musel remízovať aj s 5., aby mal 2 remízy.
Jednotlivé zajace získali 3; $2,5$; 2; $1,5$ a 1 bod a sú 2 možnosti ako ich mohli získať.

Komentár

Veľa z vás napísalo iba správne riešenie, ale žiaden postup alebo vysvetlenie, prečo to je správne a jediné riešenie. Iba výsledok nikdy nestačí, pretože práve zdôvodnenie je podstatná časť úlohy. Za takéto riešenie väčšinou dostanete iba 1 bod. V tejto úlohe tiež nestačilo napísať iba počty bodov, ktoré mohli jednotlivé zajace získať, ale bolo treba aj uviesť, ako konkrétne to mohlo nastať (kto s kým vyhral, prehral, remízoval), a teda, že takéto počty bodov bolo naozaj možné získať. Teoreticky sa totiž mohlo stať, že by úloha nemala žiadne správne riešenie. Za toto sme strhávali 1 bod, aj keď bol zvyšok riešenia kompletný.

5

opravovali **Matúš Hlaváčik** a **Klára Hricová**
najkrajšie riešenie: Bruno Michael Kraner a Richard Prikler

50 riešení

Zadanie

Fred a Henry hrajú hru, v ktorej si na začiatku Henry vymyslí dvojciferné prirodzené číslo. V každom ťahu potom Fred povie Henrymu nejaké prirodzené číslo f, ktoré je väčšie ako 1. Ak je Henryho číslo násobkom Fredovho čísla f, tak Fred vyhráva. V opačnom prípade Henry odčíta Fredove číslo f od svojho aktuálneho čísla a hra pokračuje ďalším ťahom s novým číslom f. V momente, keď Henry dostane záporné číslo (číslo menšie ako 0), tak Fred prehrá. Ak je to možné, tak vymyslite ako má Fred hrať, aby vždy vyhral.

Riešenie

Najprv si Fred overí, či je číslo, ktoré si Henry myslí párne alebo nepárne. Povie číslo 2. Je to najmenšie párne číslo. Ak je Henryho číslo párne, Fred vyhral, keďže každé párne číslo je násobkom 2. Ak je nepárne, Fred hovorí ďalej.
Aktuálne Henryho číslo je tiež nepárne, lebo po odčítaní 2 od nepárneho čísla dostávame tiež nepárne číslo. Vieme, že sa Fredovi neoplatí povedať opäť 2, lebo žiadne nepárne číslo nie je násobkom 2. Pokračuje s číslom 3, čo je najmenšie nepárne číslo (okrem 1, ktoré hádať nemôžeme). Ak je nepárne číslo, ktoré si Henry myslí deliteľné 3, Fred vyhral. Ak nie, hra pokračuje.

Henry teraz odčíta od svojho čísla 3 a dostáva číslo párne, keďže nepárne číslo zmenšené o 3 je určite párne. Teraz Fredovi stačí povedať 2 a vyhral. Všetky párne čísla sú totiž násobkom 2.
Prečo si Fred vyberal najmenšie čísla? Na to, aby Fred vyhral, sa Henryho číslo nemôže dostať do záporu, čiže pod 0. Najmenšie číslo, ktoré si môže Henry myslieť, teda najmenšie 2-ciferné číslo je 10. Čísla, ktoré Fred postupne háda sú 2, 3 a 2, čo je dokopy 7. Vieme, že Fred vyhrá najneskôr po tom ako vysloví druhú 2. Preto sa od Henryho čísla odčíta najviac 2 a 3, teda dokopy 5, čo znamená, že Henryho číslo nikdy neklesne pod 0.

Komentár

Prísť na riešenie úlohy bolo jednoduché, ukázať prečo práve pri takom postupe vždy Fred vyhrá ste už nezvládli všetci. Veľa z riešiteľov si uvedomilo, že Fred sa pýta najmenšie čísla. Možno ste vedeli prečo, no nenapísali ste to na papier, a tak ste nedokázali, že Henryho číslo sa nikdy nedostane do mínusu. Za to išli body dole :-(. Nabudúce vysvetlite svoje myšlienkové pochody, aj keď sa vám možno zdajú samozrejmé.

6

opravoval **Roman Staňo**
najkrajšie riešenie: Ester Szabariová

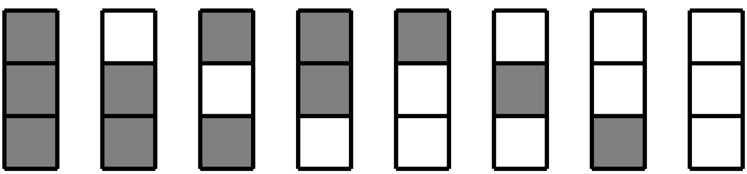
26 riešení

Zadanie

Máme 3×7 mín na mínovom poli rozmiestnených do tvaru štvorčekovej mriežky. Každá mína je ofarbená práve jednou z dvoch farieb. Ukážte, že nech sú míny ofarbené akokoľvek, tak v mriežke vždy existuje obdĺžnik s mínami (vrcholmi) jednej farby. Rovnakej farby musia byť len vrcholy obdĺžnika.

Riešenie

V riešení využijeme *dôkaz sporom.* Namiesto toho, aby sme sa pokúsili priamo dokázať tvrdenie zo zadania, vezmeme tvrdenie opačné – Budeme sa snažiť vyfarbovať mínové pole tak, aby nám farebný obdĺžnik nevznikol a na konci riešenia uvidíme, že to skutočne nie je možné.
Celé mínové pole rozdeľme na sedem *blokov* o rozmere 3×1. Pre jeden taký blok existuje osem spôsobov ofarbenia mín v ňom:



(a) (b) (c) (d) (e) (f) (g) (h)

Snažme sa teraz ofarbiť pole tak, aby farebný obdĺžnik nevznikol. Ako prvé si všimneme, že každý z ôsmich blokov obsahuje aspoň dve políčka jednej z farieb, či už to je sivá alebo biela. Ak celé mínové pole niekde obsahuje dvakrát rovnaký blok, automaticky sa v ňom nachádza jednofarebný obdĺžnik – je určený dvomi dvojicami mín rovnakej farby v tých dvoch blokoch, ktoré sa totožné. Plynie z toho:

Pozorovanie 1: *Ak sa snažíme ofarbiť pole tak, aby jednofarebný obdĺžnik nevznikol, každý z blokov môžeme použiť najviac jedenkrát.*

Ďalej si všimneme, že ak sa niekde v poli vyskytuje blok (a), jednofarebný obdĺžnik automaticky vznikne, ak sa v poli nachádza niektorý z blokov (b), (c) a (d). Opäť, ak chceme pole vyfarbovať tak, aby obdĺžnik nevznikol, tak ak sa v poli nachádza (a), zvyšných šesť blokov poľa musia tvoriť bloky (e), (f), (g) a (h). Ak však máme len štyri možnosti ofarbenia a chceme ofarbiť šesť blokov poľa, nutne musíme ofarbiť aspoň dva bloky rovnako. To je však podľa Pozorovania 1 vytvorí nechcený obdĺžnik. Zistili sme, že ak pole obsahuje blok (a), musí v ňom vzniknúť vzniknúť jednofarebný obdĺžnik.
Pozorný čitateľ si zrejme uvedomil, že predchádzajúci odsek platí symetricky aj pre blok (h). V takom prípade by ľubovoľný z blokov (e), (f), (g) vytvoril obdĺžnik. Ak by sme však šesť blokov vyplnili blokmi (a), (b), (c) a (d), podľa Pozorovania 1 by sme znovu dostali obdĺžnik.
Ostáva rozobrať posledný prípad – čo ak pole neobsahuje ani blok (a) ani blok (h). To ale máme k dispozícii len šesť rôznych blokov, ktorými chceme vyplniť pole veľkosti sedem blokov. Nutne teda musíme nejaký blok použiť aspoň dvakrát, čo nás podľa Pozorovania 1 znovu dovedie k jednofarebnému obdĺžniku.
Všetky možnosti ofarbenia poľa sme rozdelili do troch skupín: 1.) obsahuje blok (a), 2.) obsahuje blok (h), 3.) neobsahuje ani blok (a) ani (h). Pre každú zo skupín sme ukázali, že nech vyfarbíme pole ľubovoľne, vždy nám vznikne jednofarebný obdĺžnik, čím je dôkaz kompletný.

Iné riešenie

Rozdeľme si pole na tri *rady* o rozmere 7×1. Nech už sú míny ofarbené akokoľvek, v prvom rade budú vždy existovať aspoň štyri míny jednej farby (skúste si rad ofarbiť a rozmyslite si prečo). Nech už to bude ktorákoľvek z dvoch farieb, premenujme ju na *modrú*. Pozrime sa na míny druhého radu, ktoré sa nachádzajú bezprostredne pod (aspoň) štyrmi modrými z radu prvého. Ak budú aspoň dve míny zo štvorice druhého radu modré, vznikne nám hľadaný jednofarebný obdĺžnik. Rozoberme preto prípad, kedy bude modrá najviac jedna z týchto štyroch mín druhého radu. Inými slovami, keď aspoň tri z nich majú farbu inú od modrej – premenujme ju na *červenú*. Pozrime sa teraz na míny tretieho radu, ktoré sa nachádzajú bezprostredne pod červenou (aspoň) trojicou druhého radu. Ak budú aspoň dve míny z trojice tretieho radu červené, máme obdĺžnik medzi druhým a tretím radom. Rozoberme preto prípad, že najviac jedna je červená. V takom prípade sú ale aspoň dve míny trojice tretieho radu modré a teda vytvoria jednofarebný obdĺžnik s mínami nad nimi v prvom rade. Prichádzame k rovnakému záveru ako v prvom riešení – nech už je pole ofarbené akokoľvek, vždy v ňom nájdeme jednofarebný obdĺžnik.

Komentár

Všetky správne riešenia využívali jedno z našich vzorových riešení, prípadne niečo medzi. Riešitelia, ktorí stratili body, ich väčšinou stratili nepozornosťou, keď sa snažili za jednofarebné obdĺžniky prehlásiť aj samostatnú mínu alebo dve susediace míny, čo však nie je v súlade so zadaním. Tradičnou chybou, s ktorou sa potýkame vždy pri úlohách tohto typu tiež bolo nesprávne zovšeobecnenie záveru. Mnoho riešiteľov nakreslilo zopár konkrétnych možností ofarbenia, našli v nich obdĺžnik a následne prehlásili, že keď vyhovuje pár možností, tak zrejme budú aj všetky ostatné. Vždy keď vidíte, že tvrdenie máte dokázať pre všetky možnosti a tých možnosti je už na prvý pohľad veľmi veľa, riešenie si typicky vyžaduje všeobecnejší a trikový postup. Cesta cez postupné rozobratie všetkých možností je veľmi pracná a len niekoľkých možností nesprávna.

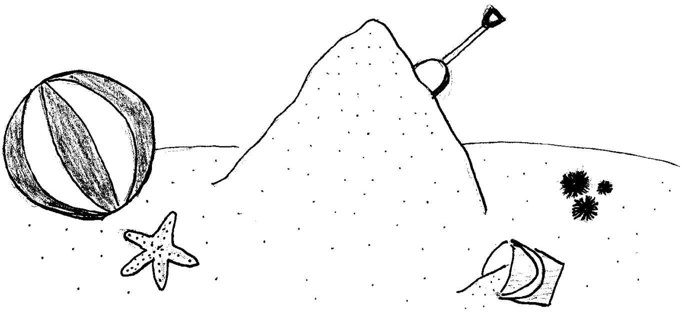
Autori vzorových riešení: Jakub Genči, Žaneta Semanišinová, Florián Hatala, Peter Kovács, Martin Masrna, Kristína Mišlanová, Daniel Onduš, Zuzana Ontkovičová

Konečné poradie letného semestra 28. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 4.	Bruno Michael Kraner	Z4	ZBajkBA	54	9	9	9	9	9	6	**108**
	Žofka Bartová	Z4	ZBajkBA	54	9	9	9	9	9	9	**108**
	Richard Prikler	Z5	ZVažePO	54	9	9	9	9	9	-	**108**
	Martina Osuska	Z5	ZDrJDMA	54	9	9	9	9	9	9	**108**
5.	Eva Krajčiová	Z6	GAlejKE	53	9	9	9	9	9	9	**107**
6.	Milan Jozef Pokorný	Z6	GJHNHTT	53	9	9	9	9	6	9	**104**
7.	Alenka Bálintová	Z5	CZRZaZA	52	7	9	9	6	9	9	**102**
8.	Michal Vodička	Z5	ZBe16KE	52	7	9	-	8	9	7	**99**
9.	Oliver Seman	Z6	GAlejKE	45	9	9	9	9	6	9	**96**
10.	Adam Adamuščín	Z3	ŠpMNDaG	41	9	9	9	9	9	-	**95**
11. - 12.	Natália Tkáčová	Z6	ZLevoSN	50	9	9	7	4	7	5	**91**
	Janka Urbánová	Z5	ZKro4KE	48	7	9	9	6	6	-	**91**
13.	Ester Szabariová	Z6	GAlejKE	45	9	9	-	8	9	9	**89**
14.	Ondrej Tóth	Z5	ZHôrky	43	7	9	-	8	6	9	**88**
15.	Ľudmila Krupová	Z6	ZKro4KE	45	7	7	9	9	7	-	**84**
16.	Kristína Kočišková	Z5	KSsvMPO	49	-	7	4	4	7	8	**83**
17.	Alžbeta Kurimská	Z6	CZŠGorPO	40	7	7	7	3	8	9	**81**
18.	Barbora Cimráková	Z5	CZRZaZA	39	9	9	9	3	6	-	**78**
19.	Leonard Gamba	Z6	GJHNHTT	40	9	9	2	2	6	9	**77**
20.	Richard Semanišin	Z2	ZPAngKE	35	9	9	-	5	-	9	**76**
21.	Marie Kasalová	Z4	ZMohPRA	36	9	9	-	2	9	-	**74**
22.	Radovan Milián	Z6	ZKro4KE	42	7	9	3	3	9	-	**73**
23. - 24.	Šimon Stano	Z6	EGJAKKE	45	7	9	-	4	6	-	**71**
	Tomáš Lang	Z5	ZOKožSN	23	7	8	7	9	8	9	**71**
25. - 26.	Filip Kovács	Z5	ZMRŠHLC	44	7	7	-	3	9	-	**70**
	Jakub Čaník	Z6	GAlejKE	39	7	0	9	6	6	3	**70**
27. - 28.	Zina Babinská	Z6	ZMRŠHLC	39	7	7	4	1	7	3	**68**
	Martina Ľuptáková	Z6	ZMRŠHLC	38	7	7	4	3	6	3	**68**
29.	Katarína Chabová	Z6	ZLNovKE	36	9	9	-	1	9	-	**64**
30.	Samuel Györi	Z5	ZKro4KE	35	0	6	9	3	7	-	**60**
31.	Oskar Cacara	Z6	ZKro4KE	23	9	9	6	3	9	-	**59**
32.	Matúš Zoričák	Z6	SMládPP	35	7	2	3	4	6	-	**57**
33.	Matej Válek	Z6	ZKro4KE	37	-	-	2	8	6	-	**53**
34. - 35.	Richelle Andrássyová	Z6	ZKro4KE	29	7	9	-	-	7	-	**52**
	Artur Pankuch	Z6	GAlejKE	21	9	0	-	9	7	6	**52**
36. - 37.	Nina Koščová	Z5	KSsvMPO	24	-	4	5	2	6	8	**51**
	Michal Berezňanin	Z6	ZStanKE	21	4	7	7	4	8	-	**51**
38.	Teodor Malaschitz	Z4	ŠpMNDaG	50	-	-	-	-	-	-	**50**
39.	Julka Pleschová	Z4	GJHN3BA	0	8	0	5	7	9	9	**47**
40.	Alica Juhásová	Z6	ZKro4KE	30	7	7	-	-	-	-	**44**
41.	Alexandra Michalíková	Z6	ZKro4KE	11	6	8	-	9	8	-	**42**
42.	Dušan Ivan	Z6	ZKro4KE	23	-	9	7	-	-	1	**40**
43.	Ivan Mikluš	Z6	ZStanKE	16	7	8	-	8	-	-	**39**
44.	Michal Ferdinandy	Z5	ZPoliKE	37	-	-	-	-	-	-	**37**
45.	Ján Štiavnický	Z5	ZKro4KE	17	7	9	-	2	-	1	**36**
46. - 47.	Lukáš Hanes	Z6	ZKro4KE	23	-	9	-	1	1	-	**34**
	Michal Šarkan	Z5	ZMRŠHLC	20	-	7	-	7	-	-	**34**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
48.	Juraj Stach	Z5	ZTSNPBB	33	-	-	-	-	-	-	**33**
49.	Tomáš Daňo	Z6	ZDruzKE	17	7	7	-	-	1	-	**32**
50.	Anna Kuchtová	Z6	GAlejKE	20	-	7	-	4	-	-	**31**
51.	Michaela Bodnárová	Z6	GAlejKE	25	-	0	4	0	-	-	**29**
52.	Adam Gubík	Z5	ZKro4KE	17	7	-	-	4	-	-	**28**
53. - 54.	Lev Melnychuk	Z6	ZPAngKE	20	-	7	-	-	-	-	**27**
	Lukáš Olexa	Z6	ZKomeMI	27	-	-	-	-	-	-	**27**
55. - 56.	Šimon Stripaj	Z6	ZKro4KE	17	-	0	-	8	-	-	**25**
	Nina Sluková	Z6	GAlejKE	25	-	-	-	-	-	-	**25**
57. - 59.	Patrik Sliva	Z5	ZOKožSN	13	-	6	-	4	-	-	**23**
	Rastislav Hrubý	Z6	GAlejKE	23	-	-	-	-	-	-	**23**
	Tomáš Polomský	Z5	ZKro4KE	12	6	0	-	1	4	-	**23**
60.	Martin Antoš	Z6	GAlejKE	20	-	-	-	-	-	-	**20**
61.	Laura Kochelková	Z4	ZĎumbBB	19	-	-	-	-	-	-	**19**
62.	Marek Malejčík	Z5	ZOKožSN	18	-	0	-	-	-	-	**18**
63. - 64.	Martin Vrba	Z5	ZKro4KE	13	0	0	-	0	4	-	**17**
	Ondrej Kováč	Z5	ZKro4KE	17	-	-	-	-	-	-	**17**
65. - 66.	Veronika Langová	Z5	ZOKožSN	8	-	8	-	-	-	-	**16**
	Eva Kopková	Z5	ZStanKE	0	7	7	-	2	-	-	**16**
67. - 68.	Aneta Štefančínová	Z6	GJARPO	14	-	-	-	-	-	-	**14**
	Dorián Lovič	Z5	ZKro4KE	14	0	0	-	0	0	-	**14**
69.	Viktória Sarnovská	Z5	ZStanKE	0	0	8	2	3	0	-	**13**
70.	Jordan Stanislav Boiadjiev	Z5	ZOKožSN	11	-	0	-	-	-	1	**12**
71. - 72.	Natália Lengová	Z5	ZKro4KE	11	0	0	0	0	-	-	**11**
	Dávid Györi	Z6	ZKro4KE	10	-	1	-	0	-	-	**11**
73. - 75.	Vanessa Blaščáková	Z5	ZOKožSN	10	-	-	-	-	-	-	**10**
	Daniel Sopko	Z5	ZSpByst	10	-	-	-	-	-	-	**10**
	Noel Molitor	Z6	ZSpByst	10	-	-	-	-	-	-	**10**
76.	Šimon Pribičko	Z6	ZKro4KE	9	-	0	-	0	-	-	**9**
77. - 84.	Damián Kvasňák	Z5	ZOKožSN	8	-	-	-	-	-	-	**8**
	Viktor Boguský	Z5	ZJuhVnT	8	-	-	-	-	-	-	**8**
	Hana Volšíková	Z6	ZKro4KE	8	-	-	-	-	-	-	**8**
	Adam Ilčík	Z6	ZKro4KE	8	-	-	-	-	-	-	**8**
	Filip Dojčák	Z5	ZKro4KE	8	0	0	-	0	0	-	**8**
	Sebastián Svitaň	Z6	ZSpByst	8	-	-	-	-	-	-	**8**
	Benedikt Benko	Z6	ZSpByst	8	-	-	-	-	-	-	**8**
	Bogdana Studenková	Z6	ZKro4KE	0	0	0	-	2	6	-	**8**
85. - 87.	Viliam Cegledy	Z5	ZStanKE	0	0	0	-	2	5	-	**7**
	Sára Štofanová	Z5	ZStanKE	0	0	0	-	2	5	-	**7**
	Jakub Tomášik	Z6	ZStanKE	0	6	0	-	1	-	-	**7**
88. - 90.	Viliam Slašťan	Z5	ZKro4KE	3	-	0	-	2	-	-	**5**
	Jozef Domonkoš	Z6	ZStanKE	3	0	0	-	2	-	-	**5**
	Oliver Groh	Z5	ZKro4KE	5	-	-	-	-	-	-	**5**
91. - 93.	Viktória Bjenončíková	Z5	ZOKožSN	3	-	-	-	-	-	-	**3**
	Dávid Javorský	Z6	ZSpByst	3	-	-	-	-	-	-	**3**
	Kevin Pauličko	Z6	ZSpByst	3	-	-	-	-	-	-	**3**
94. - 100.	Juraj Horňák	Z5	ZKro4KE	2	-	-	-	-	-	-	**2**
	Júlia Bilpuchová	Z5	ZOKožSN	2	-	-	-	-	-	-	**2**
	Samuel Maco	Z6	ZKro4KE	1	-	0	-	-	-	1	**2**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
	Simon Jakub	Z5	ZKro4KE	2	-	-	-	-	-	-	**2**
	Kristián Ohman	Z6	GAlejKE	2	-	-	-	-	-	-	**2**
	Laura Petrášková	Z5	ZOKožSN	2	-	-	-	-	-	-	**2**
	Roland Gorej	Z5	ZStanKE	0	0	0	-	2	0	-	**2**
101.	Tomáš Dučai	Z5	ZBe16KE	1	-	-	-	-	-	-	**1**
102. - 105.	Oskar Vizi	Z6	ZKro4KE	0	0	0	-	-	-	-	**0**
	Bernadeta Rút Benková	Z5	ZSpByst	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Rastislav Obšitník	Z5	ZKro4KE	0	-	0	-	-	-	-	**0**
	Adam Ilčík	Z6	ZKro4KE	0	-	0	-	-	0	-	**0**



Názov: MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 6 • Máj 2019 • Letný semester 28. ročníka

Internet: malynar.strom.sk
E-mail: malynar@strom.sk

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM
ĽUDSKÉ ZDROJE

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk