MALYNÁR

Číslo 5 — Ročník 31 — malynar.strom.sk

Ahoj!

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie MALVNÁRa, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame Tvoje ďalšie riešenia!

vedúci MALVNÁRa

2% z daní

Aj tento rok je možné venovať 2% (v niektorých prípadoch dokonca až 3%) daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my.
Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústredeniach...).
Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.
Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia `https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/` a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na `info@strom.sk`.
Ďakujeme!

Tábor mladých matematikov

V termíne od 12. do 19. augusta 2022 sa udeje ten najlepší tábor tohoto roka – Tábor mladých matematikov! Bude sa konať na Chate Radzim pri obci Vyšná Slaná. Všetky podrobné informácie nájdete v pozvánke na `seminar.strom.sk/media/uploads/pozvankaucastniktmm2022.pdf`.
Pýtate sa, čo je Tábor mladých matematikov? Je to tábor určený pre budúcich siedmakov základných škôl až pre budúcich druhákov stredných škôl (a, samozrejme, prislúchajúce ročníky viacročných gymnázií). Program tábora pripomína obľúbené sústredenia, je však o dva dni dlhší, a preto o dva dni lepší!
Neváhajte pridlho, kapacita tábora je obmedzená. Tešíme sa na vás!

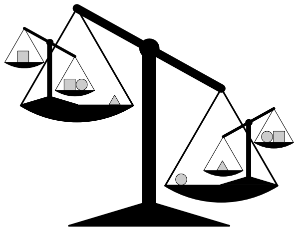
Vzorové riešenia 1. série úloh letného semestra

1 opravovali: **Patrik Paľovčík** a **Erik Jochman**
najkrajšie riešenia: Nelka Kleščová, Hana Ihnátová

56 riešení

Zadanie

Na váhach je tovar v tvare trojuholníkov, štvorcov a kruhov. Platí, že tovar rovnakého tvaru váži vždy rovnako a aj obe malé váhy sú rovnako ťažké. Zoraďte jednotlivé druhy tovaru podľa ich hmotnosti od najťažšieho po najľahší.



Riešenie

Z veľkej váhy vidíme, že trojuholník, 2 štvorce a kruh (ľavá strana váhy) sú ľahšie ako trojuholník, štvorec a 2 kruhy (pravá strana váhy). Po odstránení trojuholníka, štvorca a kruhu sa nám váhy nezmenia, keďže odstránime rovnaké útvary z oboch strán veľkej váhy. Po odstránení zistíme, že štvorec je ľahší ako kruh.
Z malej váhy vpravo vidíme, že trojuholník je ťažší ako štvorec a kruh dokopy, čo znamená, že trojuholník je ťažší ako štvorec, aj ako kruh.
Na poslednej váhe, ktorú sme nespomenuli, je štvorec s kruhom ťažší ako samotný štvorec, čo platí vždy, takže to na výsledku nič nemení.
Zistili sme teda, že trojuholník je najťažší, kruh je druhý najťažší a štvorec je tretí najťažší.

Komentár

Takmer všetci ste túto úlohu vyriešili úplne správne. Nerobilo vám problém nájsť obe podstatné časti riešenia, o čom svedčí veľký počet 9-bodových riešení. Niektoré riešenia boli pekné aj po grafickej stránke, takže bolo pekne vidno, ktorý útvar sa s ktorým vo váhach poškrtá.

2

opravovali: **Erik Novák** a **Ľubomír Vargovčík**
najkrajšie riešenie: Agáta Halamičková

52 riešení

Zadanie

Len jedno zo siedmich detí hovorí pravdu, a teda aj naozaj vie, čo sa stalo s Juanovou mačičkou. Deti sú postavené v rade vedľa seba. Keď sme sa ich spýtali, ktoré z nich hovorí pravdu, odpovedalo nám len zopár z nich. Tretí chlapec v rade povedal: „Pravdu hovorí buď prvý, alebo druhý.“ Štvrtý povedal: „Ten, ktorý hovorí pravdu, je vedľa mňa.“ Piaty chlapec mu povedal: „Buď pravdu hovorím ja, alebo šiesty chlapec.“ Ktorý z chlapcov hovorí pravdu?

Riešenie

Poďme sa pozrieť na to, čo by sa stalo, ak by pravdu hovoril štvrtý chlapec. Všetci zvyšní by museli byť klamármi, keďže pravdu hovorí len jedno z detí. Teda aj obe deti vedľa štvrtého chlapca, by boli klamármi. To je ale v rozpore s jeho tvrdením: „Ten, kto hovorí pravdu, je vedľa mňa.“ Preto tento scenár nefunguje a štvrtý chlapec pravdu hovoriť nemôže. Jeho tvrdenie je teda nepravdivé, z čoho vyplýva, že ani chlapci vedľa neho, čiže tretí a piaty chlapec, nehovoria pravdu.

Vieme teda, že tvrdenie tretieho chlapca: „Pravdu hovorí buď prvý, alebo druhý,“ je nepravdivé. To znamená, že prví dvaja chlapci sú klamári.

Aj tvrdenie piateho chlapca: „Buď pravdu hovorím ja, alebo šiesty chlapec,“ je nepravdivé, čiže ani jeden z nich pravdu nehovorí. Šiesty chlapec je teda tiež klamárom.

Ukázali sme už, že prví šiesti chlapci nehovoria pravdu. Ostáva teda jediná možnosť, a to, že pravdu hovorí posledný, siedmy chlapec.

Komentár

Väčšina z vás si s touto úlohou bez problémov poradila. Niektorí ste však prehlásili, že piaty chlapec hovorí pravdu, čo nebola pravda. Ak by piaty chlapec hovoril pravdu, tak aj štvrtý chlapec by hovoril pravdu. To je v rozpore so zadaním, v ktorom sa píše, že pravdu vraví iba jeden.

Nabudúce ak dôjdete v podobnej úlohe k výsledku, skúste si to celé ešte raz overiť, či všetko sedí so zadaním. Často sa na prvý pohľad môže zdať, že riešenie je správne, ale nemusí to tak byť, preto si ho treba na konci vždy ešte raz prejsť.

3

opravovali: **Martin Števko** a **Štefan Vašak**

najkrajšie riešenia: Richard Semanišin, Hana Ihnátová

49 riešení

Zadanie

Máme trojciferné číslo zložené z troch kartičiek. Následne prehadzovaním kartičiek s ciframi vytvoríme všetky ďalšie trojciferné čísla, ktoré takto vieme dostať. Získame takto práve 3 nové čísla. Súčet dvoch najmenších z týchto štyroch čísel je 1088. Aké cifry má pôvodné číslo?

Riešenie

Najprv sa pozrime na informáciu zo zadania, ktorá nám hovorí, že prehádzaním kartičiek dostaneme 3 ďalšie trojciferné čísla. Dokopy vieme teda pomocou kartičiek vytvoriť 4 trojciferné čísla. Avšak len prehádzaním cifier v trojcifernom čísle vieme vytvoriť až 6 čísel.
Ak by naše kartičky mali na sebe cifry A, B a C, tak by sme vedeli vytvoriť čísla v tvare $\overline{ABC}$, $\overline{ACB}$, $\overline{BAC}$, $\overline{BCA}$, $\overline{CAB}$ a $\overline{CBA}$. Ako by sme mohli znížiť tento počet rôznych čísel na 4? Vieme to urobiť jedine tak, že zariadime, aby niektoré z čísel nevyhovovali niektorej podmienke v zadaní. Máme teda dva spôsoby:

- Niektorým z našich troch cifier A, B a C priradíme rovnaké hodnoty. Povedzme, že $A = B$. V takom prípade by sa nám počet čísel, ktoré vieme vyprodukovať znížil na maximálne 3, nakoľko niektoré čísla by boli rovnaké. Ostali by nám čísla $\overline{AAC}$, $\overline{ACA}$ a $\overline{CAA}$. To nám ale nevyhovuje, nakoľko my potrebujeme 4 rôzne čísla. Ak by sme zvolili všetky tri cifry rovnaké, dostali by sme ešte menej možností, konkrétne jednu. Tadiaľto teda cesta nepovedie.

- Niektorou z našich cifier bude 0. Povedzme, že by sa $C = 0$. V takom prípade by sme mohli vytvoriť len čísla $\overline{AB0}$, $\overline{A0B}$, $\overline{BA0}$ a $\overline{B0A}$, lebo 0 nemôže byť na začiatku čísla, inak by nebolo 3-ciferné. Super, sú presne 4, teda toľko, koľko sme chceli. Skôr sme si už ukázali, že používanie niekoľkých rovnakých cifier nás nedovedie k výsledku, preto ani teraz nemôžme použiť dve rovnaké cifry, či už dve 0 alebo 0 a dve iné rovnaké cifry.

Použiť práve jednu 0 a dve rôzne iné cifry je teda jediný správny spôsob, ako dosiahnuť práve 4 možné poprehadzovania čísel na kartičkách.
Teraz už vieme, že na jednej z kartičiek je 0. Pozrime sa teraz na súčet dvoch najmenších čísel, ktoré vieme vyprodukovať. Bez ujmy na všeobecnosti si môžeme povedať, že $A < B$. V takom prípade by najmenšie čísla, ktoré vieme vytvoriť boli v tvare $\overline{AB0}$ a $\overline{A0B}$. Pozrime sa teraz na to, ako vyzerá súčet, ktorý nám vznikne. Môžeme si všimnúť, že na pozícii jednotiek a desiatok máme súčet $B + 0 = 8$, resp. $0 + B = 8$. Nakoľko B je cifra od 1 po 9, je zjavné, že $B = 8$. Náš súčet si teda opäť môžeme prepísať do nového tvaru s týmto novým poznatkom:

$$\begin{array}{r} A\,0B \\ +AB\,0 \\ \hline 1\,0\,8\,8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A08 \\ +A80 \\ \hline 1\,088 \end{array}$$

Ďalej vidíme, že na mieste stoviek potrebujeme zo súčtu $A + A$ dostať 10. Nakoľko A je cifra od 1 po 9, je zjavné, že $A = 5$. Naše čísla teda budú 508 a 580, a teda cifry na kartičkách budú 5, 0 a 8.

Komentár

Väčšina z vás postupovala rovnako ako vo vzorovom riešení, avšak občas niektorým veciam chýbali zdôvodnenia. Najčastejšou chybou bolo neuvedomenie si, že musíte zdôvodniť, že vaše riešenie je jediné možné. Prečo to je potrebné aj keď to v zadaní nie je explicitne napísané? Pýtame sa "*Aké cifry má pôvodné číslo?*", nie len "*Aké cifry môže mať pôvodné číslo?*", a teda na to, aby ste mohli povedať, že má práve tie cifry, ktoré ste našli, musíte zároveň ukázať, že iné riešenie neexistuje. Ak by ste našli aj iné riešenie, odpoveďou by v tom prípade bolo "*má takéto, alebo takéto cifry*".
Nakoniec ešte 2 poznámky k vzorovému riešeniu. Veľa z vás sa snažilo povedať niečo v zmysle, že je jedno či bude menšie A, alebo B, lebo vo výsledku sa to vyrieši rovnako, len presne naopak. Na toto sa v matematike používa slovné spojenie "bez ujmy na všeobecnosti", alebo skratka BUNV, ktoré sme použili aj vo vzorovom riešení. Tiež si môžete všimnúť zvláštny zápis čísla, kde je čiara nad ním. Tento zápis v matematike signalizuje, že nejde o súčin, ale je to zápis čísla po cifrách. Tieto veci používať nemusíte a rozhodne vám za ne nikdy nikto nestrhne body, ale môže vám to zjednodušiť vysvetľovanie, takže si myslíme, že je dobré ich poznať.

4

opravovali: **Katka Farbulová** a **Kristín Mišlanová**
najkrajšie riešenie: Hanka Ihnátová

48 riešení

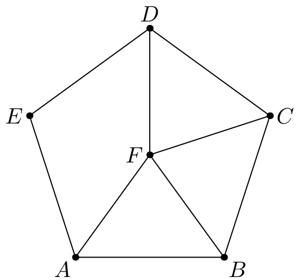
Zadanie

V Španielsku majú 6 miest A, B, C, D, E a F. Medzi mestami vedú cesty ako na obrázku, každá z nich má nejakú dĺžku v kilometroch (nie nutne celých). Zistite dĺžku cesty medzi A a E, ak platí:

- Všetky cesty medzi mestami majú dokopy 30 kilometrov.
- Ak ideme z mesta B okružnou trasou cez C, D, E, A naspäť do B, prejdeme spolu 22 kilometrov.

- Všetky cesty, ktoré vedú do mesta F, sú rovnako dlhé.
- Všetky cesty, ktoré vedú do mesta C, majú dokopy dĺžku 14 kilometrov.
- Cesta medzi A a B je rovnako dlhá ako cesta medzi D a E.
- Okružná trasa, ktorá začína aj končí v A, a ide postupne cez F, D, E, má dĺžku 11 kilometrov.

Dajte si pozor na to, že obrázok je len názorný, teda cesty, ktoré na ňom vyzerajú rovnako, môžu, ale nemusia mať rovnakú dĺžku v kilometroch v našej úlohe.



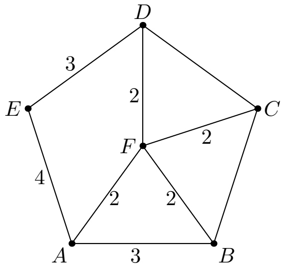
Riešenie

Súčet dĺžok všetkých ciest na obrázku je 30 kilometrov a okružná trasa cez B, C, D, E, A a znova B (teda obvod päťuholníka) je dlhá 22 kilometrov. Z toho vyplýva, že súčet dĺžok ciest, ktoré vedú do mesta F je $30 - 22 = 8$ kilometrov. Tretia podmienka v zadaní hovorí, že tieto cesty sú všetky rovnako dlhé, teda každá meria $8 : 4 = 2$ kilometre.

Štvrtá podmienka hovorí, že všetky cesty vedúce do mesta C (teda cesty BC, CD a FC) majú dokopy dĺžku 14 kilometrov. Vieme, že dĺžka FC je 2, takže súčet dĺžok BC a CD bude $14 - 2 = 12$.

Posledná podmienka hovorí o tom, že obvod štvoruholníka $AFDE$ je 11 kilometrov. My už vieme, že cesty AF a FD sú obe dlhé 2 kilometre, takže súčet dĺžok DE a EA bude $11 - 2 - 2 = 7$.

Teraz si vypočítame dĺžku cesty AB. Vieme, že obvod päťuholníka je 22, takže AB vypočítame ako $22 - |AE| - |ED| - |DC| - |CB| = 22 - 7 - 12 = 3$. Piata podmienka v zadaní hovorí, že cesta AB je rovnako dlhá ako DE, takže aj dĺžka DE bude 3.



Vieme, že súčet dĺžok DE a EA bude 7, takže dĺžku cesty AE môžeme vyrátať ako $7 - 3 = 4$. Dĺžka cesty AE teda bude 4 kilometre.

Komentár

Túto úlohu väčšina z vás zvládla úplne super, čo potvrdzuje veľa rôznorodých 9-bodových riešení. Veľmi chválime hlavne za to, že ste nie len našli výsledok, ale aj pekne odargumentovali jednotlivé kroky a vždy ste správne uvádzali, z ktorej podmienky zo zadania daný krok vyplýva. (:

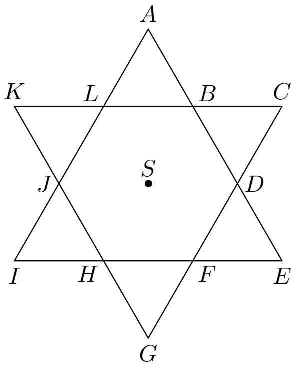
5

opravovali: **Tesi Stanová** a **Matúš Masrna**
najkrajšie riešenie: Olívia Diková

38 riešení

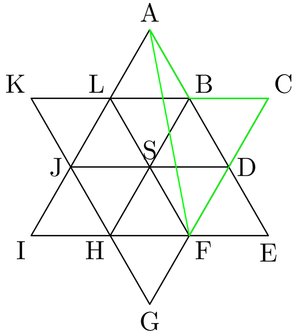
Zadanie

Pravidelná šesťcípa hviezda $ABCDEFGHIJKL$ so stredom S, ktorá vznikla preložením dvoch rovnakých rovnostranných trojuholníkov ako na obrázku, má obsah $96\,\mathrm{cm}^2$. Platí, že body prieniku B, D, F, H, J a L sú rovnako vzdialené od stredu S. Vypočítajte obsah štvoruholníka $ABCF$.



Riešenie

Najskôr si rozdeľme hviezdu na 12 trojuholníkov (ako na obrázku) a poďme si ukázať, že všetkých 12 trojuholníkov je zhodných. Urobíme to v 3 krokoch. Najprv ukážeme, že trojuholníky v cípoch hviezdy sú zhodné, potom tie vnútri 6-uholníka $BDFHJL$ a nakoniec ukážeme, že tie v cípoch sú zhodné aj s tými v 6-uholníku.



Zhodné trojuholníky v cípoch hviezdy:

Najprv poďme ukázať, že 6 trojuholníkov, ktoré tvoria cípy hviezdy, je zhodných. Pozrime sa na trojuholník BCD. Nakoľko uhol BCD je zároveň vnútorným uhlom rovnostranného trojuholníka KCG (čo máme zo zadania), jeho veľkosť je 60 stupňov (to isté platí pre uhly DEF, FGH, HIJ, JKL, LAB). Keďže hviezda je pravidelná (všetky strany na jej obvode sú rovnako dlhé), tak $|BC| = |CD|$. Trojuholník BCD je teda rovnoramenný, čiže uhly DBC a CDB majú po (180–60) : 2 = 60 stupňov. Takže tento trojuholník je rovnostranný. Pri ostatných trojuholníkoch DEF, FGH, HIJ, JKL a LAB, ktoré tvoria cípy hviezdy, vieme presne takým istým spôsobom prísť na to, že sú všetky rovnostranné s rovnakou dĺžkou strany, teda sú zhodné.

Zhodné trojuholníky vo vnútornom šesťuholníku:

Teraz poďme ukázať, že aj 6 trojuholníkov, ktoré tvoria šesťuholník $BDFHJL$, je zhodných. Trojuholníky BCD, DEF, FGH, HIJ, JKL a LAB sú zhodné, teda $|BD| = |DF| = |FH| = |HJ| = |JL| = |LB|$. Z toho vyplýva, že šesťuholník $BDFHJL$ je pravidelný. Keďže je pravidelný, tak uhly pri jeho strede sú všetky rovnako veľké. Uhly BSD, DSF, FSH, HSJ, JSL a LSB majú teda všetky 360 : 6 = 60 stupňov. Zo zadania vieme, že zároveň $|BS| = |DS| = |FS| = |HS| = |JS| = |LS|$. Preto sú všetky trojuholníky vnútri tohto šesťuholníka rovnoramenné. Oproti základni majú uhol veľkosti 60 stupňov, takže zvyšné dva uhly majú (180–60) : 2 = 60 stupňov. To znamená, že aj tieto trojuholníky sú všetky rovnostranné s rovnakou dĺžkou strany, teda sú zhodné.

Všetky trojuholníky zhodné:

Vieme, že trojuholníky, ktoré tvoria cípy hviezdy, sú rovnostranné a navzájom zhodné. Zároveň trojuholníky, ktoré tvoria šesťuholník $BDFHJL$, sú tiež rovnostranné a navzájom zhodné. A každý trojuholník z cípu hviezdy má jednu stranu spoločnú s trojuholníkom zo šesťuholníka. Tým sme dokázali, že všetkých 12 trojuholníkov je rovnostranných s rovnakou dĺžkou strany, čiže sú všetky zhodné.

A teraz sa už dostávame k **obsahu nášho štvoruholníka:**
Celkový obsah hviezdy je 96 cm^2, teda obsah 1 trojuholníka je $96 : 12 = 8$ cm^2. Našou úlohou je zistiť obsah štvoruholníka $ABCF$, ktorý sa skladá z trojuholníka BCD a trojuholníka ADF. Trojuholník ADF tvorí polovicu štvoruholníka $ADFL$, ktorého obsahom sú 4 trojuholníky. Obsahom trojuholníka ADF bude polovica obsahu štvoruholníka $ADFL$, teda 2 trojuholníky. K trojuholníku ADF musíme do štvoruholníka $ABCF$ pridať ešte trojuholník BCD, takže celkový obsah štvoruholníka je obsah 3 našich trojuholníkov, teda $3 \cdot 8 = 24$ cm^2.

Komentár

Takmer všetci z vás prišli na to, že trik spočíva v rozdelení hviezdy na 12 trojuholníčkov. Potom už nebol problém zistiť, že štvoruholník $ABCF$ má obsah rovný trom takýmto trojuholníkom, a dostať sa tak k správnemu výsledku. Avšak takéto riešenie sa spolieha na to, že všetky trojuholníky sú zhodné, a to bol kameň úrazu vo väčšine riešení. Toto tvrdenie je potrebné dokázať, pretože nie je vôbec zrejmé zo zadania. Niekomu ani nenapadlo, že to nie je automaticky pravda, iní zase povedali, že to je preto, že prekrývame cez seba rovnostranné trojuholníky a vznikne pravidelná hviezda, ale ani to nie je ešte úplné vysvetlenie.
Bohužiaľ sme museli strhávať dosť veľa bodov, pretože (ako môžete vidieť aj vo vzorovom riešení) tento dôkaz tvorí viac ako polovicu úplného riešenia. Nenechajte sa tým ale odradiť, nabudúce sa opýtajte sami seba, či sú vaše predpoklady zjavné, alebo by ich bolo treba dokázať a veríme, že budeme môcť rozdať ešte viac 9-bodových riešení.

6

opravovali: **Bianka Gurská** a **Martin Masrna**
najkrajšie riešenie: Agáta Halamičková, Richard Semanišin

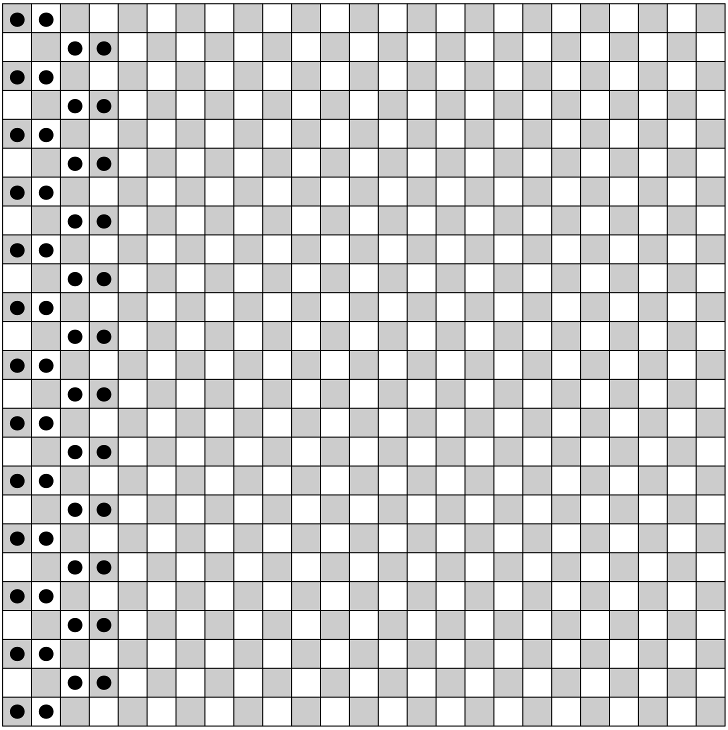
44 riešení

Zadanie

Na šachovnici tvaru 25×25 sú umiestnené figúrky, ktoré útočia podľa osobitných pravidiel. Figúrka v bielom poli napáda všetky biele polia v rovnakom riadku a všetky čierne polia v rovnakom stĺpci a figúrka v čiernom poli napáda všetky čierne polia v rovnakom riadku a všetky biele polia v rovnakom stĺpci. Určte maximálny počet figúrok, ktoré je možné umiestniť na hraciu plochu tak, aby sa neohrozovali. Zdôvodnite, prečo sa tam viac figúrok nedá položiť.

Riešenie

Ako prvé je potrebné si uvedomiť, že v každom riadku môžu byť najviac 2 figúrky, a to jedna na bielom poli a jedna na čiernom. Pretože ak do riadku umiestnime figúrku na biele pole, ohrozíme všetky biele políčka v riadku, a teda figúrku už môžeme postaviť len na čierne políčko. Ak potom na nejaké čierne políčko postavíme figúrku, tá ohrozí všetky čierne políčka v riadku. Takto sú ohrozené všetky políčka v riadku, a teda nevieme do neho postaviť už žiadnu ďalšiu figúrku. To znamená, že ak chceme na šachovnicu postaviť čo najviac figúrok, dáme do každého riadku po 2 figúrky. Takéto rozostavenie figúrok by mohlo vyzerať napríklad nasledovne:



Ako vidíme z obrázku, žiadna dvojica figúrok sa neohrozuje ani v riadku, ani v stĺpci. Figúrok na šachovnici teda určite vie byť $2 \cdot 25 = 50$. Takisto sme ukázali, že tento počet figúrok je najväčší, nakoľko do riadku viac ako 2 figúrky dať nevieme, a zároveň sme využili každý riadok.

Komentár

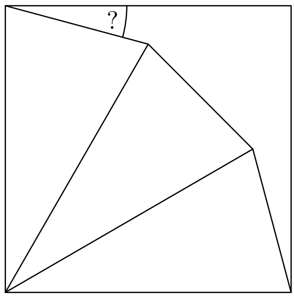
Väčšine z vás sa podarilo správne prísť aspoň na časť riešenia. Pri podobných úlohách je ale vždy dôležité dokázať dve veci – že viac figúrok ako 50 na šachovnicu umiestniť nevieme, a zároveň ukázať nejaké konkrétne rozmiestnenie týchto 50 figúrok. Ak ste nedokázali niektorú z týchto častí, museli sme vám bohužiaľ strhnúť nejaké body. Napriek tomu nás teší veľké množstvo 9-bodových riešení.

Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **2. mája 2022**

Úloha 1

Na obrázku je štvorec, v ktorom sa nachádzajú 3 schody, ktoré mali tvar rovnakých rovnoramenných trojuholníkov. Strany štvorca, ktoré zvierajú uhol hore vpravo, sú steny veže. Aký veľký je uhol medzi bočným schodom a stenou veže?



Úloha 2

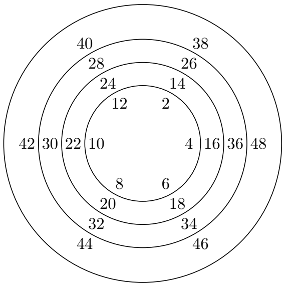
Kúzelník má v krabičke 3 kartičky, na každej z nich je iná cifra v rozmedzí od 1 po 9. Súčet dvoch najmenších dvojciferných čísel, ktoré sa z kartičiek dajú poskladať, je 75, súčet dvoch najväčších je 170. Zistite, aké cifry má kúzelník na kartách.

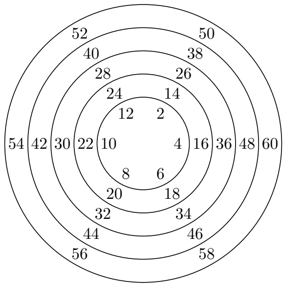
Úloha 3

V turnaji súťažilo 6 tímov a každý tím odohral 2 zápasy s každým iným tímom. Za výhru získal tím 3 body, za remízu 1 bod a za prehru 0 bodov. Prvé 3 tímy mali rovnako veľa bodov. Aký je najvyšší možný počet, ktorý mohli tieto prvé tri tímy získať? Zdôvodnite, prečo nemohli získať viac bodov.

Úloha 4

Kúzelník má 2 trezory. Na trezoroch je špeciálny číselný zámok, ktorý sa skladá z otáčateľných kruhových pásov s číslami. Zámok sa otvorí, ak budú čísla usporiadané v šiestich stĺpcoch smerom od stredu a v každom stĺpci bude súčet čísel rovnaký. Dajú sa trezory nižšie otvoriť?





Úloha 5

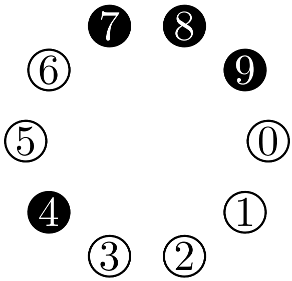
Na stole sú 4 krabice s loptičkami, v každej je na začiatku 10 loptičiek. Zároveň máme pri stole bazén s neobmedzeným množstvom loptičiek. V každom ťahu môžeme urobiť jeden z troch krokov, ak je možné taký krok urobiť:

- *Zobrať z každej krabice 1 loptičku a hodiť ich do bazéna.*
- *Vybrať z niektorej krabice 3 loptičky a rozdeliť ich po 1 do zvyšných 3 krabíc.*
- *Vybrať z bazéna 4 loptičky a dať 2 z nich do niektorej krabice a zvyšné 2 do inej krabice.*

Rozhodnite, či je možné vhodnými ťahmi dosiahnuť, že v krabiciach budú postupne 1, 2, 3 a 4 loptičky.

Úloha 6
V kruhu leží niekoľko mincí (viac ako 2), pričom na začiatku žiadna dvojica susedných mincí nie je otočená rovnako. Ricardo a Hernan sa striedajú v ťahoch. Ten, čo je na rade, musí otočiť súvislý úsek mincí otočených rovnakou stranou nahor susediaci s mincami otočenými naopak. Prehráva ten, po ktorého ťahu sú všetky mince otočené rovnako. Ricardo vyberá, kto bude začínať. Ako si má Ricardo v závislosti od počtu mincí vybrať, aby bez ohľadu na Hernanove ťahy vždy vyhral?

Dodatok pre lepšiu predstavu: Ak by sme mali 10 mincí rozložených ako na obrázku, potom ten, kto je na ťahu, môže otočiť buď mince 0, 1, 2, 3, alebo iba mincu 4, alebo mince 5 a 6, alebo mince 7, 8 a 9.



Poradie po 1. sérii letného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 13.	Richard Semanišin	Z5	ZPAngKE	9	9	9	9	9	9	54
	Hana Erdélyiová	Z6	GAMČABA	9	9	9	9	9	9	54
	Alena Chladná	Z6	GAMČABA	9	9	9	9	9	9	54
	Marek Mičko	Z5	ZKro4KE	9	9	9	9	4	9	54
	Alica Földesová	Z5	VSCharlott	9	9	9	9	3	9	54
	Šimon Jonaštík	Z5	ZZnieBA	9	9	9	9	3	9	54
	Elena Kundríková	Z5	ZKro4KE	9	9	9	9	9	9	54
	Michal Hudák	Z5	SZLerKE	9	9	9	9	3	9	54
	Olívia Diková	Z3	Isaxl	9	9	9	9	9	-	54
	Agáta Halamičková	Z4	SZŠFelixBA	9	9	9	9	3	9	54
	Elena Mikušová	Z4	SZŠFelixBA	9	9	9	9	9	9	54
	Hugo Barta	Z4	ZBajkBA	9	9	9	9	9	9	54
	Matej Mišun	Z4	CENADA	9	9	9	9	3	9	54
14.	Martina Vojteková	Z4	ZBalabenka	9	9	9	8	-	9	53
15.	Ladislav Kliment	Z5	ZLNovKE	9	9	7	9	4	9	52
16. - 19.	Richard Futáš	Z5	ZPAngKE	9	9	8	9	3	7	50
	Katarína Šestáková	Z5	ZVývoBA	9	9	9	9	-	5	50
	Alexander Szaszi	Z6	GAlejKE	9	9	7	9	7	9	50
	Peter Medo	Z3	ZSchmit	9	9	5	9	-	9	50
20. - 22.	Daniela Tkáčová	Z6	ZLevoSN	9	9	9	9	4	9	49
	Ondrej Medo	Z5	ZSchmit	9	9	4	9	3	9	49
	Emilián Frischer	Z5	ZLNovKE	8	9	7	9	3	8	49
23. - 25.	Tomáš Kováč	Z6	ZZlatáRV	9	9	9	9	3	9	48
	Patrik Lehocký	Z3	ZK2KE	9	9	5	9	3	7	48
	Mikuláš Basil Pešek	Z2	GAlejKE	9	9	4	9	2	8	48
26.	Matúš Adamuščín	Z3	ZŠ JAK BA	9	3	8	9	-	9	47
27. - 29.	Vojto Bálint	Z6	CZRZaZA	9	9	9	7	3	9	46
	Jakub Katrák	Z6	ZPoliKE	9	9	7	9	3	9	46
	Sandra Futášová	Z5	ZPAngKE	9	9	5	9	2	7	46
30. - 32.	Hana Ihnátová	Z6	ZObcSeč	9	9	9	9	9	0	45
	Katarína Tóthová	Z5	ZHôrky	9	9	9	9	-	-	45
	Ema Kordošová	Z4	SZŠ Bajkalska	9	9	9	9	-	-	45
33.	Filip Feher	Z5	ZPAngKE	9	9	7	9	-	3	44
34. - 35.	Adam Adamuščín	Z6	ŠpMNDaG	9	3	9	9	3	9	42
	Natália Kropuchová	Z6	ZKro4KE	9	9	9	9	3	3	42
36. - 37.	Nelka Kleščová	Z6	GZvolen	9	9	9	9	3	2	41
	Filip Prielomek	Z5	ZHamuljaka	9	9	7	6	4	3	41
38. - 39.	Jakub Tomasz	Z5	ZKro4KE	5	9	9	9	3	3	40
	Oliver Rohutný	Z5	ŠpMNDaG	9	9	5	9	3	-	40
40.	Šimon Lukačín	Z6	GAlejKE	9	9	3	6	2	9	38
41. - 42.	Lukáš Gay	Z6	GAlejKE	9	9	4	9	3	2	36
	Martina Kováčová	Z5	ZBrusno	9	9	5	5	3	3	36
43.	Patrik Sklenár	Z5	ZKom6SL	9	9	4	9	-	0	35
44.	Bruno Hrehovčík	Z4	SZŠ Bajkalská, BA	9	1	4	6	1	0	27

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
45.	Daniela Štulajterová	Z6	ZKro4KE	9	9	5	-	-	3	26
46.	Damián Fedor	Z6	ZJuhVnT	9	-	-	9	3	-	21
47.	Eva Vráblová	Z5	CSŠDK	9	2	4	2	-	0	19
48. - 49.	Stela Juhásová	Z6	GAlejKE	9	9	-	-	-	-	18
	Jakub Porubsky	Z5	ZPAngKE	9	2	-	5	-	1	18
50.	Laura Prevužňáková	Z6	ZKro4KE	9	-	7	-	-	-	16
51.	Martin Janoško	Z5	ZKro4KE	9	6	-	-	-	-	15
52.	Barbora Ševcová	Z6	ZKro4KE	5	9	-	-	-	-	14
53.	Oleg Mauks	Z5	ZKro4KE	9	-	3	-	-	-	12
54.	Max Hložek	Z6	ZKro4KE	9	1	1	-	-	-	11
55.	Michael Dudáš	Z6	GAlejKE	9	-	-	-	-	-	9
56.	Dorian Korček	Z6	GAlejKE	2	0	-	0	-	-	2
57.	Adela Polomská	Z6	ZKro4KE	-	-	-	-	1	0	1

Názov: MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • Apríl 2022 • Letný semester 31. ročníka

Web: `malynar.strom.sk`

E-mail: `malynar@strom.sk`

Riešenia: Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese `riesenia@strom.sk`

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.