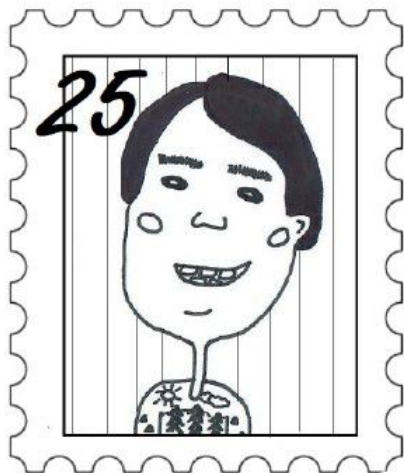


MALYNÁR

ČÍSLO 1 – ROČNÍK 32

malynar.strom.sk



Ahoj!

Práve sa ti dostal do rúk časopis MATEMATIKA! Je to matematický seminár, vďaka ktorému sa na konci polroka môžeš dostať preč zo školy na celý týždeň, počas ktorého zažiješ kopec zábavy a zaujímavých hier. Ak si štvrták, piatak alebo šiestak, je presne pre teba! Stačí vyriešiť dvanásť (či toľko, koľko dokážeš) nevšedných úloh, ktorých riešenie nám pošleš dvakrát za polrok, my ich opravíme, a ak budú dostatočne dobré, môžeš očakávať zážitky ako nikdy predtým! V tomto časopise nenájdeš len spomínané úlohy, ale aj pravidlá. Tešíme sa na tvoje riešenia!

vedúci MATEMATIKA

Ako bude

Výlet

Prvý výlet tohto školského roka sa bude konať v sobotu 8.10.2022. Výlet je určený pre všetkých a je skvelou príležitosťou na to, aby ste sa stretli so starými kamarátmi zo sústredu a spoznali nových. Pre viac informácií sledujte našu webstránku.

Pravidlá súťaže

Korešpondenčný matematický seminár **MALYNÁR** je súťaž pre žiakov 4. až 6. ročníka základných škôl, resp. prímy osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší žiaci, v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako štvrtáci.

Každý ročník pozostáva z dvoch semestrov – zimného a letného – ktoré sú zakončené matematickými sústredzeniami pre najlepších riešiteľov. Jeden semester sa skladá z dvoch sérií, z ktorých každá obsahuje 6 úloh spravidla zoradených od najľahšej po najťažšiu.

Registrácia

Registrovať do semestra sa vieš vytvorením profilu na našej webovej stránke. Následne si vyplň povinné údaje v užívateľskom profile – Aktualizovať profil v sekcii Správa účtu. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole, v prípade pozývania na sústredenie a tiež, aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti seminára. Prihláška je povinná pre všetkých riešiteľov semináru. Na tejto stránke nájdeš aj svoje opravené a obodované riešenia, ak si ich posielal elektronicky.

Aby sme ti celý proces registrácie a vyplnenia profilu na našej stránke uľahčili, vytvorili sme na stránke seminar.strom.sk/media/uploads/navod.pdf jednoduchý návod.

Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a ani nikomu nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, **nestačí**. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Slovom rozhodne nešetri. Nezabúdaj, že ak má byť tvoje riešenie matematicky správne, tak musí obsahovať **presné výpočty**, takže čísla, s ktorými počítaš, nemôžu byť zaokrúhlené alebo odmerané pravítkom. Zároveň opravovateľ musí **vedieť skontrolovať** tvoje riešenie za **primeraný čas**, takže priložiť 100 000 možností vypísaných počítačom nemôžeme ohodnotiť plným počtom bodov.

Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne **MALYNÁR**.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou založeného účtu na našej webovej stránke malynar.strom.sk. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20.00. Dbaj na presné dodržanie termínu odovzdania, či už budeš riešenia posielat poštou, alebo nahrávať cez web (za oneskorenie ti budeme strhávať body). V prípade technických problémov na našej strane posielaj riešenia na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk s predme-

tom MALYNÁR vo formáte PDF (každé riešenie v samostatnom súbore) najneskôr v deň termínu série do 20.00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený.

Bodovanie

Bodovanie úloh závisí od správnosti a kvality riešenia a za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžeš získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh, preto sa neboj poslať aj svoje neúplné riešenia. Ak budú obsahovať dobré nápady, radi ti za ne dáme nejaké body.

Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

- **šiestaci a príma:** všetky vyriešené úlohy,
- **piataci:** päť najlepšie vyriešených úloh plus štvrtý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh,
- **štvrtáci:** päť najlepšie vyriešených úloh plus druhý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh.

Tretiaci a mladší budú hodnotení rovnako ako štvrtáci.

V prípade, že nie si spokojný s bodovým ohodnotením svojho riešenia, môžeš nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia mailom na adresu malynar@strom.sk zaslať sťažnosť a tá bude prešetrovaná.

Príklad

Traja bratia, šiestak Vlado, piatak Jaro a štvrták Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 3 = 21$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 4 = 22$ bodov. Jasné, nie?

Riešenia po termíne

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhujeme body. Body sa strhávajú podľa dĺžky omeškania nasledovne.

- Do 24 hodín: udeľujeme 2/3 bodov zaokrúhlené nahor.
- Viac ako 24 hodín a do štyroch dní: 1/2 bodov zaokrúhlenú nahor.
- Viac ako štyri dni: riešenie neopravujeme.

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

Odpisovanie

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdeš úlohu riešenú v literatúre, uveď názov, autora a stranu, inak riskuješ stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

Webová stránka

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každej úlohe je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu malynar@strom.sk.

Sústredenie

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Sústredenie je určené najmä pre štvrtákov až šiestakov na základných školách (a žiakov zodpovedajúcich ročníkov na viacročných gymnáziách), mladší žiaci môžu byť pozvaní ako náhradníci. V prvom rade sú pozvaní víťazi Mamuta a tí riešitelia **MALYNÁŽU**, ktorí získali v semestri aspoň 30 bodov. Ďalší účastníci sú pozývaní podľa poradia Mamuta. V prípade nízkeho počtu riešiteľov je možné pozvať na sústredenie aj riešiteľov z minulého semestra podľa poradia alebo riešiteľov, ktorí nedosiahli hranicu 30 bodov.

Účast na sústredeňí je podmienená účasťou na celej dĺžke trvania sústredenia. O prípadnú výnimku je nutné požiadať kontaktnú osobu e-mailom alebo v prihlasovacom formulári. Kontaktná osoba túto žiadosť posúdi a v čo najbližšom čase zašle odpoveď. V prípade porušenia tejto podmienky môžu organizátori účastníka nepozvať na najbližšie sústredenie.

Pár dobrých rád

Tu je zopár tipov a trikov, o ktorých si myslíme, že ti v budúcnosti pomôžu.

Základom je pochopiť zadanie

Ak si už niekoľkokrát čítaš zadanie, no stále si nevieš rady, máš tieto možnosti:

- Opýtaj sa svojich rodičov. Ver alebo nie, väčšinou ti dokážu pomôcť s pochopením zadania.
- Opýtaj sa nás. Nájdi príklad na našej stránke a v sekcii diskusie sa nás môžeš opýtať. Vždy ti radi pomôžeme.

Skúšať, skúšať, skúšať...

Možno to znie prevrapivo, pretože vetu „Skúšal som a vyšlo mi.“ alebo „Prišiel som na to skúšaním.“ vidíme v tvojom riešení obvykle neradi. Ale dosadiť si nejaké čísla nie je vôbec zlý začiatok. Takéto skúšanie (dosadzovanie) rôznych hodnôt, až kým nenarazíš na správny výsledok, však nie je matematický postup, ktorý by sme hodnotili veľkým bodovým ziskom. Je to spôsob, ktorý je tu pre teba, aby ti ukázal, odkiaľ približne „fúka vietor“, ak na začiatku nevieš, ako príklad vyriešiť.

Kresliť, kresliť, kresliť...

Kto nerád kreslí? Ak si príklad nakreslíš, môže ti to veľmi pomôcť. Nie vždy je ľahké si úlohu predstaviť. Bude sa ti jednoduchšie rozmýšľať, ak to, čo máš napísané v zadaní, uvidíš na obrázku priamo pred sebou. Kreslenie ti ukáže nové spôsoby, ako sa na príklad dá pozrieť.

Pozrimeže, na niečo som asi prišiel!

Dôležité je vysvetliť, čo to vlastne je, prečo to tak funguje a v neposlednom rade názorne ukázať, ako si prišiel na to, že je to pravda. Ak to vieš vysvetliť aj po matematickej stránke, tak je to obrovské plus. Tak sa totiž rodí 9-bodové riešenie.

Všetko si skontroluj

„Našiel som výsledok, o ktorom si myslím, že je správny, a mám aj postup. Dokonca viem vysvetliť, ako som naň prišiel.“

To si už skoro hotový. Teraz však prichádza dôležitá časť! Všetko si skontroluj, logická či numerická chyba ostane vždy chybou, ak ju prehliadneš. Daj si tiež pozor, aby si aj napriek správne mu riešeniu nakoniec neodpovedal na inú otázku, než na ktorú sme sa v zadaní pýtali.

Ak sme ti napísali, že z tvojho riešenia nám nie je jasné, ako si postupoval, neber to tak, že sme ťa pochopiť nechceli. Riešeniam spravidla rozumieme, no plný počet dostane len ten, kto dokáže vysvetliť, prečo je správne.

Zadania 1. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **24. októbra 2022**

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na malynar.strom.sk.

Pri riešení a spisovaní úloh prihliadaj len na informácie v zadaní konkrétnej úlohy, neopieraj sa o fakty, ktoré sa dozvieš v príbehu.

Kde bolo, tam bolo, kde sa listy sypali a pečiatkový atrament lial, za siedmimi horami a za siedmimi dolami bolo učupené malebné mestečko Balíkov nad Listom. Toto mestečko sa preslávilo svojou prestížnou školou, ktorá svetu vychovala poštárov prvej triedy. Jedným z klenotov tejto školy bol aj samotný poštár Pat. V súčasnosti školu navštevovali aj štyria kamaráti, nádejní poštári, Arnošt, Klementína, Ervín a Uršula. Náš príbeh začína v jedno jesenné pondelkové ráno, keď traja z kamarátov mali hodinu jazdy na žltom aute. Uršula sa tejto hodiny nezúčastnila, keďže preferuje tradičné roznášanie pošty, s vozíkom a po vlastných nohách.

Úloha 1

Arnošt, Klementína a Ervín pretekali na žltých autách a skončili na prvých troch miestach. Po pretekoch Uršula vyzvedala, kto ako dopadol.

- *Arnošt povedal: Ja som dorazil do cieľa prvý. Ervín dorazil tretí.*
- *Klementína povedala: Arnošt nebol prvý. Ervín skončil druhý.*
- *Ervín povedal: Ja som do cieľa dorazil skôr ako Arnošt. Klementína nebola druhá.*

Jeden z kamarátov klamal v oboch svojich výrokoch. Ostatné výroky boli pravdivé. Kto klamal a ktorý pretekár skončil na ktorom mieste? Nájdite všetky možnosti a svoju odpoveď zdôvodnite.

„Aj tak si myslím, že poštári by mali chodiť po vlastných,“ pohoršovala sa Uršula. „Zasa s tým začínaš?“ prevrátil oči Arnošt. „Je to tradícia. A tradície by sa mali dodržiavať. Navyše je to lepšie pre životné prostredie,“ stála si za svojím Uršula. „Dobre, nehádajte sa už, aj tak sa na tomto nikdy nezhodneme,“ upokojovala ich Klementína, „nie je predsa dôležitý spôsob doručenia pošty, ale to, aby sa zachovalo listové tajomstvo, čo mi pripomína, že už meškáme na ďalšiu hodinu.“ „To bude zasa utrpenie. Nenávidím šifrovanie!“ zahundral Ervín.

Úloha 2

Dosadte za jednotlivé písmená čísllice tak, aby platil naznačený súčet. Za rôzne písmená dosadte rôzne čísllice, za rovnaké písmená rovnaké čísllice. Nájdite všetky riešenia a ukážte, že ďalšie neexistujú.

$$\begin{array}{r}
 J \\
 J \quad A \\
 \hline
 J \quad A \quad N \\
 \hline
 4 \quad 3 \quad 2
 \end{array}$$

„Toto bola asi najhoršia hodina šifrovania, akú som kedy zažil!“ „Upokoj sa, Ervín. Nebola až taká hrozná. Mňa to celkom bavilo.“ „Tebe sa to lahko povie, Arnošt! Ja som tam skoro zaspal! A vôbec neviem, ako zvládnem zvyšok dňa!“ „Jedno riešenie by som mala,“ povedala Klementína a už z tašky vytahovala fľašu gumidžúsu s jahodovou príchuťou od firmy Gumkáčov. „To je nová limitovaná edícia?!“ Ervín s úžasom v očiach ani nedýchal. „To predsa nemôžeme, veď vieš, že doping je zakázaný,“ strachovala sa Uršula. „Nič sa neboj, predsa sa vieme schovať v školskom átriu. Stačí nám zistiť, v ktorom rohu nás nebude vidno.“

Edukačné okienko

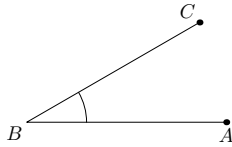
Uhly

Predstavte si obyčajné ručičkové hodinky s dvoma ručičkami – hodinovou a minútovou. Tieto ručičky sa pohybujú rôznymi rýchlosťami, takže počas dňa sa nachádzajú v rôznych vzájomných polohách. Niekedy sa napríklad prekrývajú a niekedy ukazujú úplne opačným smerom. Chceli by sme vedieť nejako popísať, v akej polohe sú tieto ručičky. Nevieme zistiť ich vzdialenosť, keďže ručičky majú v strede hodiniek spoločný začiatok a potom sa od seba postupne vzdalujú. Ale môžeme si všimnúť, že ručičky stále rozdelia hodinky na dve časti. Budeme hovoriť, že ručičky vytvárajú uhol, pričom uhol je tá plocha medzi ručičkami. Keďže ručičky rozdelili hodinky na dve časti, tak vidíme že ručičky vytvorili dva uhly, ktoré môžu mať inú veľkosť. My sa však budeme zaoberať menším z týchto dvoch uhlov.

Uhol má svoju veľkosť a jednotku, ktorú používame, keď ju chceme určiť, nazývame **stupne**, tak ako napríklad používame metre, keď chceme zistiť dĺžku. Keď chceme zapísať 1 stupeň, napíšeme to ako 1° . Veľkosť uhla, ktorý tvorí celé hodinky (nerozdelené ručičkami) je 360° . Takže keď za hodinu minútová ručička prejde celý kruh, tak môžeme povedať, že prešla 360° . Keď ručičky rozdelia hodinky na dve presne rovnaké časti, tak oba uhly, ktoré vytvárajú majú veľkosť 180° . Vtedy tieto ručičky ležia na jednej priamke a takému uhlu preto hovoríme aj **priamy uhol**.

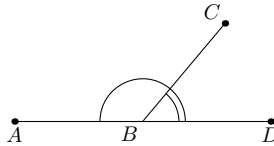
Uhly nevytvárajú len ručičky na hodinkách, ale aj úsečky, ktoré majú spoločný bod, aj priamky, ktoré sa pretínajú. Uhly vieme nájsť aj v rôznych útvaroch, napríklad štvorec má 4 uhly, jeden pri každom svojom vrchole. Uhol na obrázku vyznačujeme oblúčikom. Uhly budeme nazývať pomocou troch bodov: prvý bude bod na jednej z priamok, druhý bude bod, ktorý majú spoločný a tretí bude bod

na druhej priamke (vždy to pomenujeme tak, aby spoločný bod priamok bol zapísaný v strede nášho uhla). Na obrázku vidíme uhol ABC (alebo aj CBA).

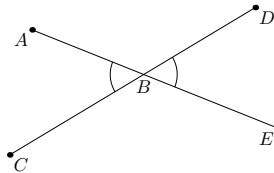


Teraz sa pozrime na nejaké základné fakty, čo platia o uhloch:

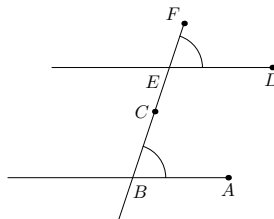
1. Vyznačené uhly na obrázku nazývame **susedné**. Platí pre nich, že ich súčet je 180° , lebo dokopy vytvárajú priamy uhol ($|\angle ABC| + |\angle CBD| = 180^\circ$).



2. Uhly na obrázku nazývame **vrcholové** a platí pre nich, že majú rovnakú veľkosť ($|\angle ABC| = |\angle DBE|$).



3. Keď máme dve rovnobežné priamky, ktoré pretína tretia priamka tak ako na obrázku, tak takéto uhly nazývame **súhlasné**. Tieto uhly majú rovnakú veľkosť ($|\angle CBA| = |\angle FED|$).



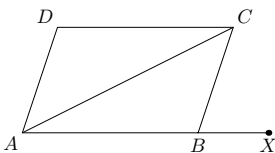
Teraz sa pozrime, ako vieme použiť tieto znalosti v úlohe.

Návodná úloha 1

V rovnobežníku $ABCD$ je strana AB rovnobežná so stranou CD a strana BC je rovnobežná so stranou AD . Aká je veľkosť uhla ABC , ak viete, že veľkosť uhla CAD je 42° a veľkosť uhla CAD je dvakrát väčšia ako veľkosť uhla BAC . Odporúčame vám skúsiť si najprv úlohu vyriešiť samostatne a až potom si prečítať jej riešenie.

Riešenie návodnej úlohy 1

Rovnobežník je štvoruholník, ktorého obe dvojice protilahlých strán majú rovnakú veľkosť a sú rovnobežné. Keďže vieme, že uhol CAD je dvakrát väčší ako uhol BAC a uhol CAD má veľkosť 42° , tak uhol BAC má veľkosť 21° . Uhly BAC a CAD spolu vytvárajú uhol BAD . Takže uhol BAD má veľkosť $42^\circ + 21^\circ = 63^\circ$. Teraz si môžeme predĺžiť úsečku AB a vyznačiť si bod X tak, aby nám tam vznikol uhol CBX . Všimnime si, že uhly BAD a XBC sú súhlasné, lebo úsečky AD a BC sú rovnobežné a úsečka AX ich pretína. Preto veľkosť uhla XBC je rovnaká ako veľkosť uhla BAD , teda 63° . Nakoniec použijeme to, že uhly ABC a XBC sú susedné, lebo spolu vytvárajú priamy uhol. Preto ich súčet musí byť 180° . Veľkosť uhla XBC poznáme, preto ľahko dopočítame veľkosť uhla ABC : $180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$.



Pri riešení tejto úlohy sme si mohli všimnúť, že súčet uhlov ABC a BAD je 180° . Toto platí pre všetky rovnobežníky, takisto ako to, že protilahlé uhly v rovnobežníku majú rovnakú veľkosť. Môžete sa zamyslieť, prečo to vždy platí. Ďalšia vec, ktorá sa často používa v úlohách je fakt, že **súčet uhlov v každom trojuholníku je 180°** . Čo sa týka trojuholníkov, tak poznáme aj dva špeciálne typy, v ktorých platia isté fakty. **Rovnostranný trojuholník** je taký trojuholník, ktorého všetky strany sú rovnako dlhé a všetky uhly majú rovnakú veľkosť (Akú?). **Rovnoramenný trojuholník** je taký trojuholník, ktorého niektoré dve strany majú rovnakú veľkosť. Potom aj dva uhly, ktoré zvierajú tieto strany s treťou stranou (nazývame ju základňa), majú rovnakú veľkosť. Pozrime sa, ako tieto znalosti môžeme použiť v úlohe.

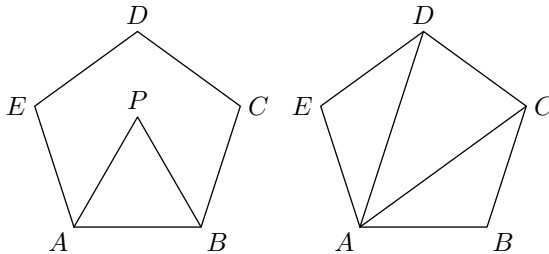
Návodná úloha 2

Je daný pravidelný päťuholník $ABCDE$ a v ňom rovnostranný trojuholník

ABP . Aký veľký je uhol PBC ? Odporúčame vám skúsiť si najprv úlohu vyriešiť samostatne a až potom si prečítať jej riešenie.

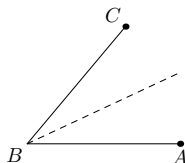
Riešenie návodnej úlohy 2

Kedže vieme, že súčet všetkých uhlov v trojuholníku je 180° a uhly v rovnostrannom trojuholníku sú rovnako veľké, tak každý uhol v rovnostrannom trojuholníku musí mať veľkosť $180 : 3 = 60^\circ$. Preto každý uhol v trojuholníku ABP je 60° . Všimnime si, že uhol ABP a uhol PBC spolu vytvárajú uhol ABC , čo je uhol v pravidelnom päťuholníku. Pre pravidelný päťuholník (tak ako aj pre každý pravidelný mnohoúhelník) platí, že všetky jeho strany sú rovnako dlhé a všetky uhly rovnako veľké. Päťuholník si vieme rozdeliť na tri trojuholníky, ktorých všetky vrcholy sú vrcholmi päťuholníka. Všimnime si, že keď spočítame všetky uhly týchto trojuholníkov, tak sme vlastne spočítali všetkých 5 uhlov päťuholníka. No ale keďže súčet uhlov v trojuholníku je 180° , tak súčet uhlov v 3 trojuholníkoch bude $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$. Preto súčet 5 uhlov päťuholníka je 540° . Keďže tieto uhly sú rovnako veľké, tak jeden uhol pravidelného päťuholníka má veľkosť $540^\circ : 5 = 108^\circ$. Teda uhol ABC má veľkosť 108° . Teraz už vieme vypočítať veľkosť uhla PBC ako rozdiel uhlov ABC a ABP , lebo ABP a PBC spolu vytvárajú uhol ABC . Veľkosť uhla PBC je $108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$.



Podobným postupom si vieme vypočítať súčet uhlov v hocijakom mnohoúhľaníku, stačí keď si ho rozdelíme na trojuholníky, ktorých vrcholy sú vrcholmi mnohoúhľaníka.

Posledná vec, ktorú si spomenieme je os uhla. **Os uhla** ABC je priamka, ktorá rozdeľuje uhol ABC na dva rovnako veľké uhly. Do obrázku sa väčšinou zakresľuje prerušovanou čiarou.



Úloha 3

Školské átrium má tvar pravouhlého trojuholníka ABC s pravým uhlom pri vrchole C . Na strane AB je bod D a na strane AC sú v tomto poradí body E a F tak, aby $|AE| = |ED| = |DF|$. Vypočítajte veľkosť uhla FDB , ak veľkosť uhla ABC je 70° .

„Vidíte, vravel som vám, že nás tu nenájdu,“ povedal Arnošt a odpil si z gumidžúsu. „Uznávam, dať si gumidžús a pozrieť si pri tom metlobalový zápas bol skvelý nápad, hoci tie výsledky ma naozaj prekvapili,“ súhlasila už pokojná a spokojná Uršula, zatiaľ čo púšťala ďalší zápas včerajšej metlobalovej ligy Svižných mopov proti Hlučným vysávačom.

Úloha 4

Turnaja, na ktorom hral každý s každým, sa zúčastnilo šesť tímov. Za víťazstvo boli dva body, za remízu jeden bod a za prehru nula bodov. Na konci turnaja mali všetky tímy rovnaký počet bodov. Aký najmenší počet zápasov mohol skončiť remízou? Uvedte príklad, ako sa to mohlo stať, a ukážte, prečo to nemohlo byť menej.

Po vyučovaní išli štyria kamaráti, nádejní poštári, na obed do miestnej marockej reštaurácie, ale skôr, ako stihli prejsť cez prvý priechod pre chodcov, pri nich zastavilo veľké čierne auto. Z neho vystúpil vysoký pán v dlhom sivom kabáte a čiernom klobúku. „Vy ste tá poštárska mládež? Budúcnosť doručovania správ, listov a balíkov?“ nepríjemným až pohrdavým hlasom sa im prihovoril. „Je to tak,“ seabedome sa usmial Ervín. „Tomu naozaj veríte? Listy už nikto nepíše. Nikto nemá čas čakať na doručenie správy niekoľko dní. Vy vôbec nerozumiete problematike moderného sveta.“ „Čo prosím?! My že nerozumieme problematike moderného sveta? Povedal storočný dedko!“ odbila ho Klementína. „Tak mi to dokážte...tu máte problém.“

Úloha 5

Máme kladné celé číslo, ktoré je palindróm (palindróm je číslo, ktoré sa číta rovnako spredu ako zozadu, napríklad 12321 alebo 1221). Zároveň toto číslo dáva po delení číslom 4 zvyšok 1 a po delení číslom 25 zvyšok 22. Dokonca je najmenším možným takýmto číslom. Aké je to číslo? Svoju odpoveď zdôvodnite.

„Väčšiu primitívnosť ste si nemohli vymyslieť,“ vysmiala Klementína neznámeho. „Kto vlastne ste?“ opýtal sa Arnošt. „Ja?! Ja som budúcnosť tohto poštového sveta! O mne ešte budete počuť! Mne sa budete klaňať!“ hystericky sa rozosmial neznámy pán, podal im vizitku a odfrčal na svojom veľkom čiernom aute. „E. Majl....Kto to je?“ Ervín prečítal vizitku a nechápavo hľadel na svojich kamarátov. Tí len pokrčili plecami a zmätene sa pohli smerom k marockej reštaurácii.

Medzičasom sa pán E. Majl u seba doma tráпил s problematikou moderného sveta. Utrápený sedel vo svojom čalúnenom kresle pri okne, ale nedíval sa ním von. Svoj pohľad upriamil na obrazy čerešňových alejí, ktoré viseli na stenách a tak veľmi mu pripomínali domov. Miesto, kde ešte bol len malým chlapcom bez problémov a s veľkými snami. Prednedávnom ale skonštruoval prístroj, ktorý mu mal život uľahčiť, ale akosi mu ho len sťažuje a vytvára len ďalšie a ďalšie otázky.

Úloha 6

Pán E. Majl má červené, zelené a modré kamienky a prístroj, ktorý funguje nasledovne:

- *Ak doň vhodíme dva kamienky rôznych farieb, tak nám z neho vypadne jeden kamienok tretej farby (napr. po vhodení červeného a zeleného dostaneme modrý).*
 - *Ak doň vhodíme jeden kamienok, tak nám z neho vypadnú dva kamienky zvyšných dvoch farieb (napr. po vhodení červeného dostaneme modrý a zelený).*
- a) *Na začiatku máme iba 1 červený kamienok. Chceme získať práve 5 červených kamienkov (a žiadne iné). Koľko najmenej použití prístroja na to bude potrebovať? Napíšte, ako máme postupovať, a vysvetlite, prečo nám menej použití prístroja určite nestačí.*
- b) *Na začiatku máme 6 zelených a 7 modrých kamienkov. Môže sa stať, že budeme mať po opakovanom použití prístroja rovnako zelených a modrých kamienkov (a žiadne iné)? Ak áno, ako, ak nie, prečo?*

Zadania 2. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **28. novembra 2022**

Prešlo niekoľko dní a Ervínovi stále vrtali v hlave slová pána E. Majla. „Počúvajte, čo ak mal ten Majl pravdu? Čo ak svet zanevrie na poštárov a nájde si lepšiu alternatívu? Čo potom budeme robiť?“ odhalil svoj strach na jednej prestávke. „Ale prestaň, čo by dokázalo nahradiť také cnostné poslanie, aké majú poštári?“ prevrátila oči Uršula. „Tiež by ma celkom zaujímalo, o čom ten starý blázon rozprával, mali by sme za ním zájsť a zistiť, čo je vo veci,“ navrhol Arnošt a vytiahol vizitku. Na vizitke namiesto adresy ale bolo nejaké číslo, očividne ďalšia skúška pána E. Majla. Arnošt sa usmial popod nos, keďže šifry boli jeho srdcovkou a pustil sa do práce.

Úloha 1

Na vizitke bolo štvorciferné číslo, ktorého všetky cifry sú rôzne. Vieme, že prvá cifra je dvakrát väčšia ako druhá, ale dvakrát menšia ako tretia. Zároveň platí, že štvrtá cifra je rovná súčtu nejakých dvoch iných cifier. Nájdite všetky čísla, ktoré spĺňajú podmienky, a ukážte, že sú to všetky.

„Teraz, keď už vieme radové číslo domu toho Majla, stačí zistiť, kde sa ten dom nachádza,“ spokojný so svojou prácou vyhlásil Arnošt. „S tým by nám mohla pomôcť mapa poštárov...“ nadhodila Klementína. „Ale na jej samostatné používanie ešte nemáme oprávnenie. A silne pochybujem o tom, že jeden z profesorov s nami pôjde hľadať toho dedka...“ vzdychla si Uršula. „Alebo si ju nenápadne požičiame z kabinetu...hneď som späť,“ zasmiala sa Klementína a už jej nebolo. Zanechala za sebou len troch vyosených kamarátov. „To dievča nemá limity...Raz to dotiahne ďaleko...alebo nikam...“ skonštatoval Ervín. Keď prišla Klementína s mapou poštárov, štyria kamaráti, nádejní poštári, ju rozprestrela a začali študovať.

Úloha 2

Mesto Balíkov nad Listom má pôdorys v podobe tabuľky ako na obrázku, kde v každom políčku je uvedená nadmorská výška, v ktorej sa dom nachádza. Súčet nadmorských výšok domov v každom stĺpci je rovnaký. Súčet nadmorských výšok domov je v každom riadku tiež rovnaký (nie nutne taký ako v stĺpci). V akej nadmorskej výške bude dom na políčku s otáznikom? Nájdite všetky možnosti a svoju odpoveď zdôvodnite.

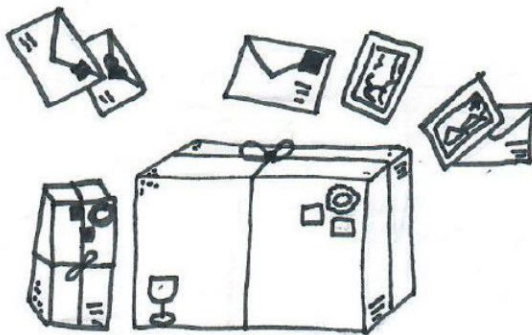
2	3		4
	1	5	
5		0	?

Po preštudovaní mapy sa Arnošt, Klementína, Ervín a Uršula vybrali na cestu. Dom, ktorý údajne patrilo pánovi E. Majlovi, až nápadne pripomínal počítač. Všade bolo nespočetne veľa káblov, antén, satelitov, routerov a iných prístrojov a zariadení. Každú chvíľu sa ozývalo nejaké pípanie a zvuky notifikácií, ako keď vám príde SMSka. Pred vstupnými dvermi bola rybička v akváriu, ktorá privítala štvoricu návštevníkov. „Som vrátnik Zavináč v sídle elektronickej pošty. My sme budúcnosť posielania listov a medziludskej komunikácie. Ako Vám môžem pomôcť?“ „To nás chcú akože nahradiť ryby?“ vybuchla od smiechu Klementína a zaklopkala na steny akvária. „Toto správanie je naozaj neslušné a ocenil by som, ak by ste prestali, mladá dáma,“ pohoršoval sa Zavináč. „Radi by sme navštívili pána E. Majla...prosím,“ prehovoril Ervín. „Samozrejme...Pán E. Majl sa nachádza na tretom poschodí v telekomunikačnej miestnosti. Na vstup do budovy však musíte preukázať svoj intelekt. Preto si zahráme hru. Ak vyhráte, môžete vojsť, ak ale prehráte, nemôžem vás pustiť ďalej!“ vysvetľoval Zavináč podmienky vstupu.

Úloha 3

Vrátnik Zavináč zbiera cukríky vo farebných obaloch. Má na ne 10 škatuliek, pričom v každej z nich je nejaký nenulový počet cukríkov a neexistujú dve škatulky, v ktorých by ich bolo rovnako veľa. Navyše ani v jednej škatulke nie sú dva cukríky s rovnakým farebným obalom. Ukážte, že Arnošt vie vybrať 10 cukríkov, z každej škatulky jeden, tak, že nebude mať dva cukríky s rovnakým farebným obalom.

Po vstupe do prazvláštneho domu pána E. Majla a vyjdení na tretie poschodie hypermoderným výťahom sa štyria kamaráti ocitli vo veľkej jedálni, kde za stolom sedeli štyri deti. Medard Sergej, Cín Apač, Ingrid Stanka, Disana Cordélia. „Kde je pán E. Majl?“ opýtal sa Arnošt detí. „Tatko? Tatko je...“ „Nie nehorov im to... veď ich nepoznáme“ a pri stole sa strhla hádka.

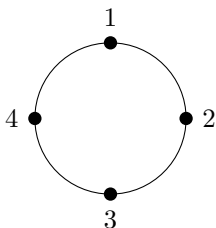


Úloha 4

Za okrúhlym stolom sedia Apač, Cordélia, Ingrid a Medard. Apač vždy hovorí pravdu, Cordélia vždy klame. Ingrid hovorí pravdu, ak tesne pred ňou niekto klamal, a klame, ak niekto tesne pred ňou povedal pravdu. A naopak Medard hovorí pravdu, ak tesne pred ním niekto povedal pravdu, a klame, ak tesne pred ním niekto klamal. Ak Ingrid hovorí ako prvá, tak klame, a ak ako prvý hovorí Medard, tak hovorí pravdu. Pri stole, kde sedeli deti ako na obrázku, prebehol tento rozhovor:

- 1: Oproti mne sedí Ingrid.
- 2: 1 povedal pravdu.
- 3: Apač sedí oproti mne.
- 4: 3 neklamal.

Kto kde sedí? Nájdite všetky možnosti a svoju odpoveď zdôvodnite.



„Už toho mám naozaj dost!“ okríkla všetkých Klementína a tresla po stole. V jedálni nastalo hrobové ticho. „Kde je telekomunikačná miestnosť?!“ stále prísne sa pýtala Klementína. Štyri páry vyplašených očí detí E. Majla ju priam jedli pohľadom a v jednom okamihu všetky štyri ukázali na jedny dvere. „Ďakujem,“ usmiala sa Klementína, „takto sa riešia problémy,“ prehodila si vlasy a žmurkla na kamarátov. Spolu vykročili do miestnosti za dverami. Pohltilo ich prítmie a slabé vrčanie procesorov s prerušovaným pískaním akéhosi prístroja. V strede miestnosti stál pán E. Majl, z nejakého dôvodu mal na sebe svoj dlhý sivý kabát a čierny klobúk, aj keď bol u seba doma: „Prišli ste neskoro...môj plán sa už začal...niet cesty späť...niet možnosť, ako vás dostať zo záhuby...nastáva čas doby internetovej!“ hystericky sa začal smiať a rozbehol sa kamsi do tmy. Štyria kamaráti sa rozbehli za ním. Nanešťastie na konci miestnosti boli ďalšie dvere. Tieto boli kovové, ťažké a zamykané na kód a E. Majl im ich zatreskol tesne pred nosom. Systém na otváranie svietil v tme vedľa nich a oči kamarátov vyplašene svietili späť na neho.

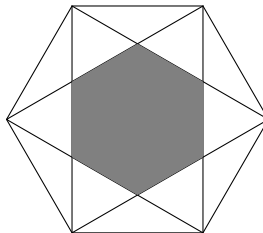
Úloha 5

Máme štvorcovú tabuľku 5×5 , v ktorej zafarbijeme políčka. Aký najmenší počet políčok nám stačí zafarbiť, aby platilo, že každý obdĺžnik s rozmermi 1×4 alebo 4×1 v tabuľke má aspoň jedno políčko zafarbené? Nakreslite jedno vyhovujúce zafarbenie pre tento najmenší počet políčok a vysvetlite, prečo menej zafarbených políčok nestačí.

„Vravel som, že hodiny listového tajomstva sú užitočné,“ usmieval sa Arnošt, zatiaľ čo otváral ťažké dvere vedúce do laboratória. V ňom bola tma ako vo vreci a jediným zdrojom svetla boli obrovské monitory počítačov na stenách. Po zemi boli všade káble a pri stenách počítačové skrinky. Miestnosti dominovala stolička na kolieskach pod najväčšou obrazovkou, kde okrem nej bol aj stolík s klávesnicou a myškou. Na nej sedel pán E. Majl a čosi šialene rýchlo písal. Posledný klik myškou, tresk po stole a prudká otočka na kamarátov. „Prišli ste neskoro! Zaviedol som svoju sieť!! Toto je koniec tradičného poštarstva!!!“ hystericky sa už rehotal E. Majl, div nespadol zo stoličky. Arnošt, Klementína, Uršuľa a Ervín zdesene pozerali na gigantickú obrazovku, kde sa zjavil šesťuholník.

Úloha 6

Majme pravidelný šesťuholník a v ňom vpísané dva rovnostranné trojuholníky ako na obrázku. Určte, koľkokrát je obsah sivej časti menší ako obsah celého šesťuholníka.





- Názov:** MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 1 • September 2022 • Zimný semester 32. ročníka
- Web:** malynar.strom.sk
- E-mail:** malynar@strom.sk
- Riešenia:** Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese riesenia@strom.sk
- Organizátor:** Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.