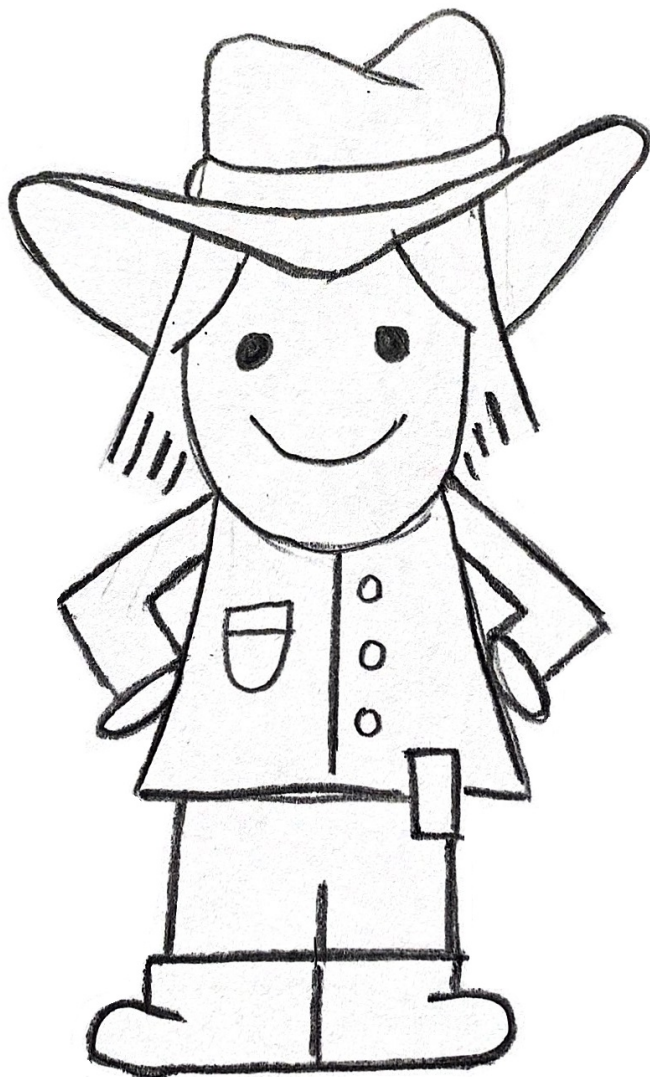


MALYNÁR

ČÍSLO 4 — ROČNÍK 32

malynar.strom.sk



Ahoj!

Práve sa Ti dostal do rúk časopis MALYNÁR! Je to matematický seminár, vďaka ktorému sa na konci polroka môžeš dostať preč zo školy na celý týždeň, počas ktorého zažiješ kopec zábavy a zaujímavých hier. Ak si štvrták, piatok alebo šiestak, je presne pre Teba! Stačí vyriešiť dvanásť (či tolko, koľko dokážeš) nevšedných úloh, ktorých riešenie nám pošleš dvakrát za polrok, my ich opravíme, a ak budú dostatočne dobré, môžeš očakávať zážitky ako nikdy predtým! V tomto časopise nenájdeš len spomínané úlohy, ale aj pravidlá. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

vedúci MALYNÁR

Ako bude

Prímestský matematický tábor

Toto leto sa uskutoční druhý ročník nášho prímestského denného tábora určeného najmä pre deti, ktoré ukončili 3. až 6. ročník na základnej škole. Je to super akcia, počas ktorej sa stretne každý deň počas jedného týždňa a budeme mať zábavný program v prírode či v meste. Samozrejme, ani cez prázdniny nezabudneme na kúsok zaujímavej matematiky. Viac sa môžete dočítať na <https://malynar.strom.sk/dennytabor/>, kde sa taktiež čoskoro objavia aj presné informácie o termíne a prihlasovaní na tohtoročný tábor.

2% z daní

Aj tento rok je možné venovať 2% (v niektorých prípadoch dokonca až 3%) daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my.

Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústreďeniach...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispedia k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia <https://zduzenie.strom.sk/sk/zduzenie/2percenta/> a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na info@strom.sk.

Ďakujeme!

Pravidlá súťaže

Korešpondenčný matematický seminár **MALYNÁR** je súťaž pre žiakov 4. až 6. ročníka základných škôl, resp. prímy osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší žiaci, v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako štvrtáci.

Každý ročník pozostáva z dvoch semestrov – zimného a letného – ktoré sú zakončené matematickým sústredením pre najlepších riešiteľov. Jeden semester sa skladá z dvoch sérií, z ktorých každá obsahuje 6 úloh spravidla zoradených od najľahšej po najťažšiu.

Registrácia

Registrovať do semestra sa vieš vytvorením profilu na našej webovej stránke. Následne si vyplň povinné údaje v užívateľskom profile – Aktualizovať profil v sekcii Správa účtu. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole, v prípade pozývania na sústredenie a tiež, aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti seminára. Prihláška je povinná pre všetkých riešiteľov semináru. Na tejto stránke nájdeš aj svoje opravené a obodované riešenia, ak si ich posielal elektronicky.

Aby sme ti celý proces registrácie a vyplnenia profilu na našej stránke uľahčili, vytvorili sme na stránke seminar.strom.sk/media/uploads/navod.pdf jednoduchý návod.

Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a ani nikomu nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, **nestačí**. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Slovom rozhodne nešetri. Nezabúdaj, že ak má byť tvoje riešenie matematicky správne, tak musí obsahovať **presné výpočty**, takže čísla, s ktorými počítaš, nemôžu byť zaokrúhlené alebo odmerané pravítkom. Zároveň opravovateľ musí **vedieť skontrolovať** tvoje riešenie za **primeraný čas**, takže priložiť 100 000 možností vypísaných počítačom nemôžeme ohodnotiť plným počtom bodov.

Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne **MALYNÁR**.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou založeného účtu na našej webovej stránke malynar.strom.sk. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20.00. Dbaj na presné dodržanie termínu odovzdania, či už budeš riešenia posielat poštou, alebo nahrávať cez web (za oneskorenie ti budeme strhávať body). V prípade technických problémov na našej strane posielaj riešenia na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk s predme-

tom MALYNÁR vo formáte PDF (každé riešenie v samostatnom súbore) najneskôr v deň termínu série do 20.00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený.

Bodovanie

Bodovanie úloh závisí od správnosti a kvality riešenia a za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžeš získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh, preto sa neboj poslať aj svoje neúplné riešenia. Ak budú obsahovať dobré nápady, radi ti za ne dáme nejaké body.

Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

- **šiestaci a príma:** všetky vyriešené úlohy,
- **piataci:** päť najlepšie vyriešených úloh plus štvrtý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh,
- **štvrtáci:** päť najlepšie vyriešených úloh plus druhý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh.

Tretiaci a mladší budú hodnotení rovnako ako štvrtáci.

V prípade, že nie si spokojný s bodovým ohodnotením svojho riešenia, môžeš nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia mailom na adresu malynar@strom.sk zaslať sťažnosť a tá bude prešetrená.

Príklad

Traja bratia, šiestak Vlado, piatak Jaro a štvrták Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 3 = 21$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 4 = 22$ bodov. Jasně, nie?

Riešenia po termíne

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú podľa dĺžky omeškania nasledovne.

- Do 24 hodín: udeľujeme 2/3 bodov zaokrúhlené nahor.
- Viac ako 24 hodín a do štyroch dní: 1/2 bodov zaokrúhlenú nahor.
- Viac ako štyri dni: riešenie neopravujeme.

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

Odpisovanie

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdeš úlohu riešenú v literatúre, uveď názov, autora a stranu, inak riskuješ stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

Webová stránka

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každej úlohe je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu malynar@strom.sk.

Sústredenie

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Sústredenie je určené najmä pre štvrtákov až šiestakov na základných školách (a žiakov zodpovedajúcich ročníkov na viacročných gymnáziách), mladší žiaci môžu byť pozvaní ako náhradníci. V prvom rade sú pozvaní víťazi Mamuta a tí riešitelia **MALYNÁŽU**, ktorí získali v semestri aspoň 30 bodov. Ďalší účastníci sú pozývaní podľa poradia Mamuta. V prípade nízkeho počtu riešiteľov je možné pozvať na sústredenie aj riešiteľov z minulého semestra podľa poradia alebo riešiteľov, ktorí nedosiahli hranicu 30 bodov.

Účasť na sústredeňí je podmienená účasťou na celej dĺžke trvania sústredenia. O prípadnú výnimku je nutné požiadať kontaktnú osobu e-mailom alebo v prihlasovacom formulári. Kontaktná osoba túto žiadosť posúdi a v čo najbližšom čase zašle odpoveď. V prípade porušenia tejto podmienky môžu organizátori účastníka nepozvať na najbližšie sústredenie.

Pár dobrých rád

Tu je zopár tipov a trikov, o ktorých si myslíme, že ti v budúcnosti pomôžu.

Základom je pochopiť zadanie

Ak si už niekoľkokrát čítaš zadanie, no stále si nevieš rady, máš tieto možnosti:

- Opýtaj sa svojich rodičov. Ver alebo nie, väčšinou ti dokážu pomôcť s pochopením zadania.
- Opýtaj sa nás. Nájdi príklad na našej stránke a v sekcii diskusia sa nás môžeš opýtať. Vždy ti radi pomôžeme.

Skúšať, skúšať, skúšať...

Možno to znie prevrapivo, pretože vetu „Skúšal som a vyšlo mi,“ alebo „Prišiel som na to skúšaním,“ vidíme v tvojom riešení obvykle neradi. Ale dosadiť si nejaké čísla nie je vôbec zlý začiatok. Takéto skúšanie (dosadzovanie) rôznych hodnôt, až kým nenarazíš na správny výsledok, však nie je matematický postup, ktorý by sme hodnotili veľkým bodovým ziskom. Je to spôsob, ktorý je tu pre teba, aby ti ukázal, odkiaľ približne „fúka vietor“, ak na začiatku nevieš, ako príklad vyriešiť.

Kresliť, kresliť, kresliť...

Kto nerád kreslí? Ak si príklad nakreslíš, môže ti to veľmi pomôcť. Nie vždy je ľahké si úlohu predstaviť. Bude sa ti jednoduchšie rozmýšľať, ak to, čo máš napísané v zadaní, uvidíš na obrázku priamo pred sebou. Kreslenie ti ukáže nové spôsoby, ako sa na príklad dá pozrieť.

Pozrimeže, na niečo som asi prišiel!

Dôležité je vysvetliť, čo to vlastne je, prečo to tak funguje a v neposlednom rade názorne ukázať, ako si prišiel na to, že je to pravda. Ak to vieš vysvetliť aj po matematickej stránke, tak je to obrovské plus. Tak sa totiž rodí 9-bodové riešenie.

Všetko si skontroluj

„Našiel som výsledok, o ktorom si myslím, že je správny, a mám aj postup. Dokonca viem vysvetliť, ako som naň prišiel.“

To si už skoro hotový. Teraz však prichádza dôležitá časť! Všetko si skontroluj, logická či numerická chyba ostane vždy chybou, ak ju prehliadneš. Daj si tiež pozor, aby si aj napriek správne mu riešeniu nakoniec neodpovedal na inú otázku, než na ktorú sme sa v zadaní pýtali.

Ak sme ti napísali, že z tvojho riešenia nám nie je jasné, ako si postupoval, neber to tak, že sme ťa pochopiť nechceli. Riešeniam spravidla rozumieme, no plný počet dostane len ten, kto dokáže vysvetliť, prečo je správne.

Zadania 1. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **27. marca 2023**

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na malynar.strom.sk.

Pri riešení a spisovaní úloh prihliadaj len na informácie v zadaní konkrétnej úlohy, neopieraj sa o fakty, ktoré sa dozvieš v príbehu.

„Stratili sme sa!“ povedal Greg.

„To je preto, že máš tú mapu v ruke ty,“ obvinil Grega Duke, „takto nenájdeme poklad jazera Sennau nikdy!“

„Hľadáte poklad jazera Sennau?“ ozvalo sa odrazu spoza nich. Za nimi stála záhadná postava zahalená v bielom šále.

„A čo je teba do toho,“ odvetil Duke.

„Som tunajší a dobre to tu poznám. Viem vám pomôcť,“ povedala záhadná postava.

„Čo za to chceš?“ opýtal sa jej Greg.

„Iba trochu jedla,“ odpovedala mu postava. Greg s Dukom sa na seba ticho pozreli a prikývli.

„Ak to je všetko, čo chceš, tu máš bochník chleba,“ podal postave Greg chlieb a starú mapu, z ktorej sa už len ťažko dalo niečo vyčítať, „povedz nám, ktorým smerom sa máme vydať.“ Postava sa zohla a začala kresliť do piesku.

Úloha 1

V piesku je nakreslená cesta tvaru priamky, na ktorej sú nejak umiestnené štyri body predstavujúce mestá A, B, C, D (nie nutne v tomto poradí) pričom $|AD| = 1$, $|BC| = 2$, $|BD| = 3$, $|AB| = 4$ a $|CD| = 5$. Zistite vzdialenosť miest A a C .

„Ďakujeme!“ povedal Greg no záhadnej postavy už nebolo.

Počudovaní Greg a Duke sa podľa mapy vybrali do najbližšieho mesta. Do mesta dorazili tesne pred obedom. Keďže boli hladní, rozhodli sa ísť najesť do miestneho hostinca. Hneď, ako vstúpili do hostinca, zbadali na stene vylepenú hádanku z miestnych novín. Nad ňou bolo napísané: „Kto vyrieši hádanku, má u nás jedlo a nocľah zadarmo.“ Hádanka znela takto:

Úloha 2

Na mape je 5 miest. Je možné tieto mestá spojiť cestami tak, aby z každého mesta vychádzali práve 3 cesty, pričom cesty sa navzájom nemôžu pretínať a platí, že z každého mesta sa nejakou trasou vieme dostať do každého iného? Dvojica miest môže byť prepojená nanajvýš jednou cestou a mesto nemôže byť spojené so samým sebou. Ak áno, ukážte ako, ak nie, vysvetlite prečo. A čo keby bolo miest 8?

„To je predsa ľahké,“ povedal Duke a spoločne s Gregom sa vybrali za hostinským. U neho si objednali obed a dosýta sa najedli. Podľa mapy to bolo do ďalšieho mesta k jazeru Sennau pol dňa cesty. Cesta viedla kľukatými chodníkmi pomedzi husté lesy, ktoré sa miestami striedali s trávnatými čistinkami. Z hustého lesa na nich zrazu vyskočili tri tmavé postavy.

„Okradni ich!“ povedal prvý.

„Nie, ty ich okradni!“ povedal druhý.

„Prečo ja? Ty si starší“ odvetil prvý.

„Každý vie, že ja som najstarší, ja ich okradnem,“ povedal tretí.

„Tak to nie, ja som starší,“ hádal sa s ním prvý.

Úloha 3

O Prvom, Druhom a Tretom vieme, že každý z nich má iný počet rokov. Zároveň nám o nich bolo povedané:

- Druhý je starší ako Tretí.
- Tretí je starší ako Prvý.
- Prvý je starší ako Druhý.
- Súčet vekov Prvého a Tretieho je dvojnásobkom veku Druhého.

Práve jedno z tvrdení je nepravdivé. Určte, ktoré tvrdenie je nepravdivé a kto z chlapcov je najstarší. Nájdite všetky možnosti a svoju odpoveď zdôvodnite.

„Takže ty si najstarší?“

„Nie, ja som najmladší.“

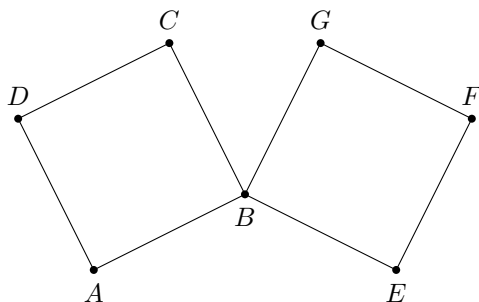
Zatiaľ, čo sa banditi hádali, Gregovi s Dukom sa podarilo nepozorovane sa vytratiť do húštiny. Keď boli v húštine, rozhodli sa začať behať, aby ušli banditom. V diaľke začuli ich hlasy, ale každým krokom sa hlas banditov zoslaboval a to im dodávalo odvalu. Keď hlas banditov úplne utíchol, rozhodli sa vyjsť z húštiny nazad na kľukatú cestu. Po chvíli prišli na nevelkú čistinku.

„Tu sa môžeme utáboriť,“ navrhol Duke.

Greg prikývol. Duke vytiahol z batoha stany a spoločne s Gregom sa im ich podarilo polahky rozložiť. Neskôr išiel Greg nazbierať nejaké drevo na oheň a Duke vytvoril provizórne ohnisko pomocou kameňov, ktoré pozbieral na lúčke. Keď sa začalo stmievať, mala naša dvojica už ohnisko hotové a spokojne sa v ňom vlnil teplý ohník. Večer si Greg s Dukom opiekli špekáčiky. Keď sa rozhodli ísť spať, zahasili oheň vodou z blízkeho potoka.

Úloha 4

V tme vyzeral pôdorys stanov ako dva štvorce $ABCD$ a $BEFG$ ako na obrázku tak, že $|AB| = |BE|$ a uhol CBG má 60° . Zistite veľkosť uhla CFG .



Ráno na svitaní pobalili stany a strmým úzkym chodníčkom pokračovali do kopca. Do ďalšieho mesta sa im podarilo dostať ešte pred obedom. Keď prechádzali miestnou uličkou počuli za sebou nejaký šramot. Otočili sa a zazreli známú postavu. „Ako si sa...“

„Kľúč od bájnej citadely starovekých Indiánov nájdete tu,“ povedala postava v bielom šále a ukázala na padacie dvere pod jej nohami, „no najprv ma musíte poraziť!“

Úloha 5

Majme tabuľku 6×6 . Postava a Duke na nej hrajú hru. Striedavo na ňu umiestňujú dominá (dieliky s rozmermi 1×2). Hráč prehráva vtedy, keď už do tabuľky nevie umiestniť domino. Kto z hráčov má víťaznú stratégiu a prečo? Čo ak by sme mali tabuľku 7×7 a hráči by na ňu umiestňovali triminá s rozmermi 1×3 ? Víťazná stratégia je postup, podľa ktorého, keď jeden hráč hrá, tak vyhrá bez ohľadu na ťahy súpera.

„Vyhrál som, takže teraz nás pusti!“ no postava akoby sa vyparila.

Zmätení Duke a Greg sa vydali strmými schodmi pod padacími dverami. Zišli asi päť metrov pod zem keď sa schody zmenili na dlhú úzku chodbu. Asi o dvadsať metrov narazili na dvere so zámkom na heslo.

„Čo je toto za technológiu?“ opýtal sa Duke.

„Nemám šajnu, asi chcú aby sme vložili správne číslo.“ Vedľa zámku bol nápis:

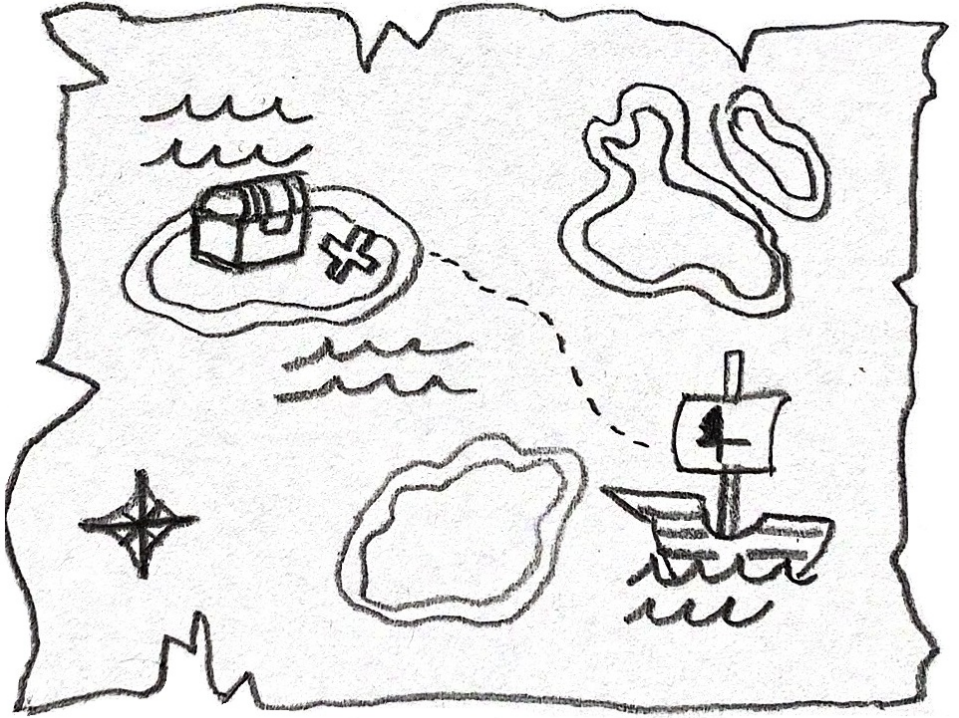
Úloha 6

Heslo je 6-ciferné číslo, ktoré neobsahuje cifru 0 ani 1. Keď vezmeme všetky 2-ciferné podčísla, ktoré sa v ňom nachádzajú (napr. pre číslo 123456 to sú 12, 23, 34, 45 a 56), tak sú všetky rôzne a platí pre ne:

- Práve jedno z nich je deliteľné číslom 6.
- Práve dve z nich sú deliteľné číslom 3.
- Práve dve z nich sú prvočísla (prvočísla sú také čísla, ktoré majú práve dvoch deliteľov - 1 a samé seba).
- Práve tri z nich majú obe cifry rovnaké.

Nájdite všetky možnosti, ako mohlo vyzerat pôvodné heslo a vysvetlite, prečo žiadne ďalšie nie sú.

Po tom, čo Greg s Dukom vyriešili úlohu, otvorili sa im dvere to tmavej miestnosti. V jej strede ležal veľký starý strieborný kľúč s indiánskou symbolikou. Greg si ho zobral do batoha a obaja spoločne vyšli z miestnosti na ulicu a vydali sa smerom za bájnu citadelou.



Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **24. apríla 2023**

„Tu to je!“ povedal Duke a odkryl oponu z kríkov, za ktorými sa skrývali veľké zhrdzavené dvere pokryté ornamentami.

„A kam patrí ten kľúč?“ opýtal sa Greg, na čo mu Duke išiel ako vždy uštipačne odvrknúť, keď si ale aj on všimol, že dvere nemajú kľúčovú dierku.

„Ukáž to sem!“ zakričal Duke na Grega a vytrhol mu kľúč z ruky. Podišiel ku dverám bližšie aby si ich lepšie prezrel, no v tom sa kľúč v jeho rukách začal postupne rozpadávať na prach.

„Čo to...“ no nedopovedal. Celý svet sa okolo nich začal točiť. Dvere sa s hlasným treskom prudko otvorili a vtiahli ich dnu.

„Kde to sme?“ opýtal sa Greg držiac sa za hlavu. Na dlani mal nejakú zvláštnu značku.

„Neviem, radšej odtiaľto vypadnime,“ povedal Duke, no keď sa obzrel bol zhrozený. Nachádzali sa v akejsi väznici, no miesto ľudí sa v celách nachádzali akési ozruty.

Úloha 1

Máme tri príšery. Príšery s párnym počtom nôh vždy hovoria pravdu a príšery s nepárnym počtom nôh vždy klamú. Zazneli výroky:

- *Argo: Bret má 6 nôh. Ja a Bret máme spolu párný počet nôh.*
- *Bret: Ja mám 8 nôh. Chuck má 4 nohy.*
- *Chuck: Bret a Argo majú spolu 15 nôh.*

Kto má koľko nôh? Nájdite všetky možnosti a svoju odpoveď zdôvodnite.

„Kde to sme?“ opýtal sa Duke smerujúci túto otázku na jednu z príšer, no z príšer už nedostali nič iba mumlanie a nezmyselné vety o akomsi znamení Ula.

„Ty vieš o čom hovoria?“ opýtal sa Duke Grega.

„Nie!“ vykrikol Greg no radšej mu nepovedal nič o značke na jeho ruke.

„Tak teda podme,“ vyhlásil Duke. Keď blúdili temnými uličkami väznice, narazili na pootvorené dvere. Keď vošli, uvideli akési svetielkujúce obrazy, ktoré sa nepretržite hýbali. Boli tam obrazy či už miestností s celami, z ktorej práve odišli alebo rôznych iných prázdnych miestností. V rohu každého obrazu sa nachádzal čas, ktorý sa každú sekundu menil a akési číslo.

„Čo sú to zač?“ opýtal sa Greg.

„Neviem, tu sa píše niečo o nejakých obrazovkách takže to je asi odpoveď,“ povedal Duke.

„Čudné, nič také som v živote nevidel. V každom prípade na tejto obrazovke sú nejaké inštrukcie pre otvorenie hlavnej brány, treba vraj zrušiť núdzové uzamknutie budovy.“

Úloha 2

Uzamknutie sa vypína zasunutím kombinácie kartičiek do terminálu. Máme kartičky s číslami od 1 do 8. Chceme nájsť štyri rôzne rozdelenia kartičiek do dvoch skupín tak, aby v oboch skupinách bol rovnaký súčet čísel na kartičkách a zároveň, aby počet kartičiek v skupinách bol rôzny (platí, že rozdelenie, kde by sme mali v prvej skupine kartičky 1, 2, 3 a v druhej 4, 5, 6, 7, 8, je to isté, ako keby sme mali v prvej skupine 4, 5, 6, 7, 8 a v druhej 1, 2, 3). Podarí sa nám to? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?

„A mám to!“ povedal Greg a zasunul poslednú kartičku do terminálu. Chvíľu sa nič nedialo no napokon sa brána s hlasným škripaním začala otvárať.

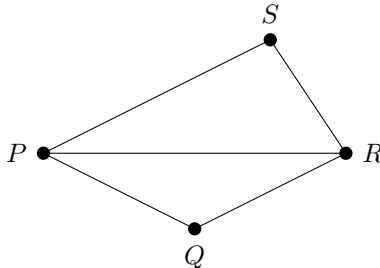
„Podme,“ popohňal zamysleného Duka Greg, ktorý sa rýchlo spamätal a vydal smerom k bráne za Gregom. To čo uvideli však nečakali. Za mohutnou železnou bránou ležalo jazero Sennau, ale nie to ich jazero Sennau. Toto jazero malo narozdiel od toho ich podivnú červenú farbu. Naopak obloha vonkajšieho sveta mala na rozdiel od klasickej červenkastej farby zvláštnu svetlomodrú farbu.

„Kam teraz?“ opýtal sa Duke.

„Ja vidím len jednu cestu,“ odvetil Greg. Areál väzenia bol síce oplotený no priamo pred nimi sa nachádzala brána s podivnou kľučkou.

Úloha 3

Kľučka má body P , Q , R , S ako na obrázku. Platí, že $|PQ| = |QR|$, uhol PSR má 110 stupňov, úsečka PR delí uhol SPQ na dve rovnaké časti a uhol SPR je štyrikrát menší ako uhol PRS . Aká je veľkosť uhla PQR ?

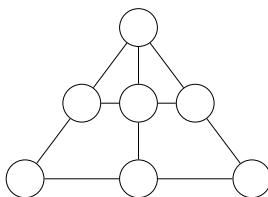


Duke sa silno zaprel do kľučky, no nič sa nestalo. „S týmto by som nepohol ani keby som sa poskladal,“ povedal Duke.

Greg ho ignoroval. Viac ho zaujala mapa, ktorá sa podobne ako všetko ostatné zmenila. „Na mape píše pri tejto bráne niečo o paneli dodatočnej autorizácie,“ vyhlásil Greg, načo sa zo steny vedľa brány vysunula podobná obrazovka ako tie vo väzení.

Úloha 4

Terminál na obrazovke mal tvar pyramídy ako na obrázku. Greg chce napísať čísla od 1 do 7 do krúžkov na obrázku (každé práve raz), tak, aby platilo, že súčet každých troch čísel na úsečke je rovnaký pre každú trojicu. Ktoré čísla môžu byť v hornom krúžku pri takomto vyplnení? Pre každé takéto číslo uveďte príklad vyplnenia. Vysvetlite, prečo ostatné čísla nemôžu byť v hornom krúžku.



Greg ešte chvíľu tľukal do obrazovky a zrazu sa s hlasným ťuknutím kľučka otočila a brána sa rozletela. Greg ešte raz pozrel na mapu a uvidel na nej svietiacu červenú bodku.

„Vydal by som sa asi týmto smerom“ ukázal mapu Greg Dukovi.

„Nič lepšie asi aj tak na práci nemáme,“ odvetil Duke, no nezmienil sa, že si všimol znamenie na Gregovej ruke. Keď dorazili k červenému bodu všimli si budovu podobnú väznici, z ktorej práve odišli. Pred mohutnou bránou stál akýsi muž, ktorý kreslil čiary do piesku. Pristúpili k nemu bližšie.

„Á, to ste vy. Pán mi vrazil, že vás mám očakávať,“ povedal muž.

„Volám sa Sam,“ predstavil sa, „mojím úmyslom je pustiť vás dnu, no najprv vás musím otestovať, ak ma teda donútite nakresliť štvorec pustím vás dnu,“

Úloha 5

Sam za sebou vždy ťahá čiaru a hýbe sa nasledovne: Povieme mu číslo a on ho vydolí štvorkou tak, že dostane celočíselný podiel a zvyšok. Ak mu ostane zvyšok 1, pohne sa o meter na sever, ak 2, tak na juh, ak 3, tak na východ a ak 0, tak na západ. Následne postup zopakuje s celočíselným podielom, ktorý mu ostal. Tento proces opakuje až kým raz nedostane podiel 0 (vtedy urobí posledný pohyb). Aké je najmenšie číslo také, že ak ho povieme Samovi, tak nakreslí svojou trasou štvorec so stranou 1 meter? Prečo to pre žiadne menšie nefunguje?

„No teda! Asi som vás fakt podcenil, keď som si myslel, že také niečo nezvládnete,“ skonštatoval Sam a potiahol pákou vedľa brány. Brána sa otvorila a Sama už nebolo.

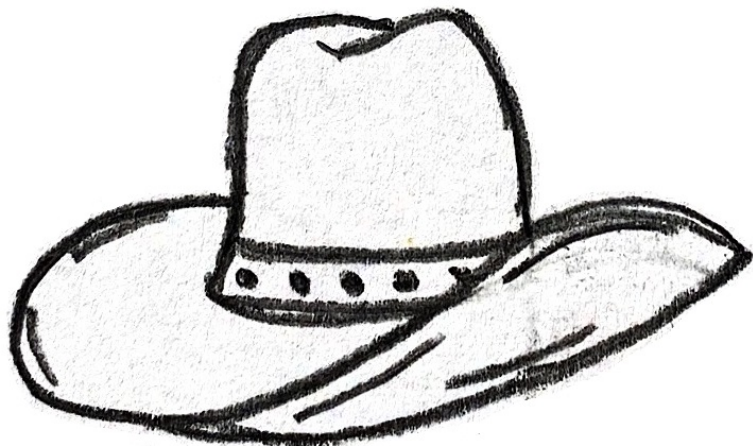
„Vôbec sa mi tu nepáči,“ povedal Duke.

„Aj tak nemáme veľmi na výber,“ odvetil Greg a pokračoval chodníkom cez bránu. Chodník viedol až k akémusi malému palácu o pár desiatok metrov ďalej. Po pravej strane chodníka rástli symetricky nasadené tulipány.

Úloha 6

Na úsečke AB so stredom S vyrástlo 100 dvojíc tulipánov tak, že pre každú dvojicu leží bod S uprostred. Platí, že 100 tulipánov vykvitlo na červeno a 100 na žltó. Dokážte, že súčet vzdialeností žltých tulipánov od bodu A je rovnaký ako súčet vzdialeností červených tulipánov od bodu B .

Keď prišli bližšie k palácu, brána sa sama od seba otvorila a na mohutnom kresle za ňou sedela už známa postava v bielom šále. „Vitajte, volám sa Alberto a som ochrancom pokladu na jazere Sennau.“



Názov: MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 4 • December 2022 • Letný semester 32. ročníka

Web: malynar.strom.sk

E-mail: malynar@strom.sk

Riešenia: Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese riesenia@strom.sk

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.