KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO **3** — ROČNÍK **19** — INTERNET http://matik.strom.sk

Čaute detiská!

A je to tu zas. Konečne ste sa dočkali. Ďalšie číslo vášho skvelého Matika! (No čo iné ste čakali, nie?). Máte pravdu, trvalo nám to trošku dlhšie, ale vy nám to isto odpustíte :-). Veď to čakanie vždy stojí za to! Tak hor sa do počítania, už nestrácajte viac času. Nenechávajte si to na poslednú chvíľu, to sa predsa nevypláca. Verte nám. A povedzte sami, nestojí to sústredko za to? Tak, kde je ten papier a pero? Všetci vám držíme palce :-). A ešte vám chceme pripomenúť, že všetci máte rovnaké šance, nikto nemá žiadne bodové výhody (Začínate s prázdnym štítom. Každý jeden z vás). Hor sa do toho!

Pravidlá súťaže

Priebeh. Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov 7. až 9. ročníka ZŠ, tercie a kvarty osemročných gymnázií, zapojiť sa však môžu aj mladší (im však odporúčame seminár Malynár). *MATIK* prebieha formou korešpondencie – počas letnej časti vyjdú postupne dve série po 6 úloh. Úlohy, ktoré sa Ti podarí vyriešiť, alebo prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu. My úlohy opravíme, obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené úlohy spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš správne riešenia, poradie i zadania novej série dostaneš do školy. A ak sa budeš snažiť a umiestniš sa v celkovom poradí po dvoch sériách do 30. miesta, čaká Ťa odmena, ktorá stojí za to. Môžeš sa tešiť na týždňové sústredenie v peknom prostredí, nabité zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Ďalších dvoch účastníkov sústredenia vyžrebujeme spomedzi riešiteľov, ktorí v každej sérii získali aspoň 5 bodov. Tak hor sa do toho!

Bodovanie. Za správne vyriešenú úlohu získaš 5 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

deviataci,kvarta: všetky vyriešené úlohy
ôsmaci: päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh
siedmaci,tercia: päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Sekundy, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

Príklad Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za $3, 2, 4, 1, 5$ a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$ bodov. Jasné, nie?

Ako písať riešenie? Úlohy rieš samostatne a **neodpisuj** (za odpisovanie budeme strhávať body). Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí; Tvoje písomné riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu

A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne „MATIK“ . K prvým riešeniam nezabudni pridať **vyplnenú prihlášku** (alebo jej kópiu). Obálka s riešeniami je niekedy ťažšia, preto sa nečuduj, keď budeš musieť na pošte platiť viac. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odoslania, riešenia s dátumom poštovej pečiatky po termíne nebudeme opravovať.

A ináč . . . Ak sa chceš dozvedieť niečo o seminároch pre mladších alebo starších ako *MATIK*, máš nejasnosti v zadaniach, opravených riešeniach, alebo Ťa zaujíma niečo iné, neboj sa opýtať na našej adrese. Budeme radi, aj keď nám pošleš vlastný príspevok do časopisu, alebo napíšeš len tak, ako sa Ti páči *MATIK*. Poštu pre nás nezabudni vždy označiť heslom „MATIK“.

Prvý jarný výlet

sa uskutoční v sobotu, 18. marca 2006. Zraz bude o 8:00 na autobusovej stanici v Košiciach, odkiaľ z nástupišťa č. 20 o 8:20 pôjdeme do Prešova. Plánovaná trasa je Košice - Prešov - Vranov nad Topľou - zrúcaniny hradu Čičva. Prešovčania a ľudia z blízkeho okolia Prešova sa k nám môžu pridať v Prešove, odkiaľ nám už o 9:00 odchádza autobus do Vranova. Bude to natesno, ale keď nikto nebude meškať, mali by sme to stihnúť. Keďže pôjdeme autobusmi, na cestu si okrem jedla a dobrej nálady pribaľte Košičania 250 Sk a Prešovčania 150 Sk. Plánovaný návrat je ešte v ten istý deň a za vidna.

2% z daní pre STROM

Tak ako po minulé roky, aj tento rok môžu všetky fyzické i právnické osoby darovať 2% z dane z príjmu niektorým organizáciám. Medzi prijímateľov 2% patrí aj Združenie STROM. Naše združenie tieto peniaze využíva hlavne na dotovanie sústredení najlepších riešiteľov. Ak máte vo svojom okolí kohokoľvek, kto váha, komu má jeho pár korún z 2% poputovať, prosíme Vás, poraďte mu, aby pouvažoval o Združení STROM. Všetky potrebné údaje, postupy a tlačivá nájdete na stránke `zdruzenie.strom.sk`. Ak chceš, aby tvoje sústredenie stálo čo najmenej, tak neváhaj a oslov rodičov aj iných príbuzných, či nechcú prispieť STROMu.

Riešenia 2. série úloh

1 opravovala **Zuska Molnárová**

najkrajšie riešenia: Gabriela Brdiarová, Juraj Mitro, Martin Vodička

33 riešení

Na začiatok riešenia úlohy je veľmi dobré si nakresliť prehľadný obrázok. Zo zadania úlohy máme dané, že AN rozpoľuje uhol pri vrchole A a BN je kolmé na AN. Dokreslime si bod X, ktorý je priesečníkom predĺženia priamky BN a AC. Pozrime sa na to, čo vieme. Vidíme, že trojuholníky ANB a ANX majú jednu stranu spoločnú. Polpriamka AN delí uhol na polovice, uhly pri bode N sú pravé. Podľa vety *usu* teda vieme povedať, že tieto trojuholníky sú zhodné. Z toho vyplýva, že

$$|AB| = |AX| = 14 \text{ cm}.$$

Potom

$$|XC| = |AB| - |AX| = 19 \text{ cm} - 14 \text{ cm} = 5 \text{ cm}.$$

Ďalej zo zhodnosti $\triangle ANB$ a $\triangle ANX$ vyplýva, že $|XN| = |NB|$, teda N je stredom XB. Vieme, že M je stredom BC, teda MN je stredná priečka $\triangle XBC$ (alebo môžeme ukázať, že $\triangle BMN$ je s $\triangle BCX$ podobný), a teda má polovičnú dĺžku ako XC, čo je 2,5 cm.

Komentár. Potešili ste ma mnohými peknými rôznorodými myšlienkami. Ak chýbali len maličkosti, prižmúrila som oko. Niektorí ste však nesprávne pochopili zadanie a hoci ma to mrzí, nemohla som vám dať žiadne body. Pamätajte si preto, že ak vám trojuholník nezadáme celkom presne, máte úlohu riešiť všeobecne, teda pre všetky trojuholníky.

2 opravoval **Jakub BEBE Beran**

najkrajšie riešenia: Všetci 5-bodoví

33 riešení

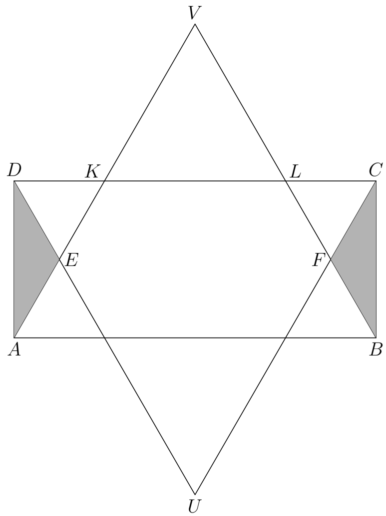
Skôr ako sa pustíme do riešenia úlohy, radšej sa trocha zamyslime a nechoďme bezhlavo na vec. Chceme nájsť miesto našej lávky tak, aby k nej bola z oboch miest rovnaká vzdialenosť. Pokiaľ nás nenapadne nič pre toto rozmiestnenie bodov, tak si hodíme oba body na jednu stranu. Teda v osovej súmernosti podľa osi o (os o prechádza stredom rieky) zobrazíme B do B'. Teraz začneme znova uvažovať, čo ďalej. Po chvíľke premýšľania a zvažovania nás to ťukne. Spravíme si os úsečky AB a miesto prieniku tejto osi s bližším brehom rieky si označíme X. Bod X by teoreticky mohol byť naším hľadaným bodom (lávku by sme potom dokončili tak, že urobíme kolmicu z bodu X na druhý breh a tá kolmica bude tou lávkou). Ale ako to dokázať? Stačí si uvedomiť, že trojuholníky ASX a BSX sú zhodné (S je stred AB) podľa vety *sus* ($|SX|=|SX|$, $|AS|=|SB|$, $|\sphericalangle XSA| = |\sphericalangle XSB| = 90°$, lebo priamka SX je os). Z toho nám vyplýva, že $|AX|=|BX|$, čo bolo treba dokázať.

Komentár. Mnohí z vás sa vydali zlou cestou, a to cestou počítania (pomocou pravouhlých trojuholníkov, aby $|AX|=|BX|$). S použitím Pytagorovej vety bolo toto riešenie veľmi jednoduché, má ale jednu veľkú nevýhodu. Je ňou nepresnosť. Počítaním v geometrických úlohách sa nám totiž len málokedy podarí dosiahnuť 100% presný výsledok. Preto bolo toto riešenie ocenené 3 bodmi (resp. 4). Nevešajte ale hlavy! Na tejto úlohe sa aspoň môžete naučiť, že v podobných príkladoch je vždy lepšie pozrieť sa na to geometricky a čísla nechať niekde v zásuvke. Touto cestou sa vydali len traja z vás a ani tí to nedotiahli do konca. Patrí im však pochvala za to, že pochopili podstatu, a to presnosť. Ak ste prebehli vzorákom už trikrát, môžete sa pokúsiť vyriešiť tento príklad: Majme rieku, ktorú chápeme ako priamku. Na jednom z brehov stoja 2 domy A a B. Nájdite miesto na pobreží rieky, na ktorom postavíme most, a to tak, aby vzdialenosť oboch domov od mostu bola rovnaká. Kto by si predsa len nevedel rady, môže mi napísať mail (mailovú adresu nájdete na našej stránke) a podebatíme o tom. Majte sa krásne.

3 opravovali **Nikola Špesová a Robko Hajduk**

najkrajšie riešenia: Viktor Popovič, Daniel Till

47 riešení



Priesečníky priamok AV a DU, BV a CU označme po rade E a F. Jediné časti obdĺžnika, ktoré neležia v žiadnom z trojuholníkov ABV a CDU, sú (ako vidno na obrázku) trojuholníky ADE a BCF. V týchto trojuholníkoch majú uhly pri stranách AD a BC (teda uhly pri vrcholoch A, D, B a C) veľkosť 30°. Je to tak z toho dôvodu, že vieme, že $|\sphericalangle ABV| = 60°$ a uhly v obdĺžniku sú pravé, teda 90°. Strany AD a CB sú protiľahlé strany obdĺžnika $ABCD$.

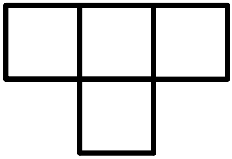
Trojuholníky ADE a BCF sú podľa vety *usu* zhodné rovnoramenné trojuhlníky. Stačí vypočítať obsah jedného z nich. Označme si L priesečník priamok BV a DC. Z konštrukcie obdĺžnika $ABCD$ vyplýva, že KL je stredná priečka trojuholníka ABV, takže $|KL| = 4$ cm. Použitím osovej súmernosti obdĺžnika $ABCD$ a trojuholníka ABV podľa osi UV dostávame, že $|DK| = 2$ cm. Trojuholník DKE má pri strane DK uhly veľkosti 60°. Vyplýva to z toho, že vieme, že $|\sphericalangle ADE| = |\sphericalangle DAE| = 30°$. Body A a D sú vrcholy obdĺžnika. A preto je trojuholník DKE rovnostranný. Tým sa nám vlastne podarilo zistiť dĺžku strany DE, $|DE| = 2$ cm. Teda trojuholník ADE je rovnoramenný trojuholník s ramenami dĺžky 2 cm a uhlami pri základni s veľkosťou 30°. Skúsme takýto trojuholník rozseknúť napoly a vzniknuté trojuholníky spojiť trocha inak. Vidíte to tam? Áno, takýto trojuholník má rovnaký obsah ako rovnostranný trojuholník so stranou dĺžky 2 cm. (Nakreslite si to!) Obsah trojuholníka AED je teda $S = \frac{1 \cdot 2\sqrt{3}}{2}$ cm^2, kde 1 cm je veľkosť výšky na stranu AD. Celkový obsah častí obdĺžnika $ABCD$, ktoré ležia zvonku $\triangle ABV$ a $\triangle CBU$, je $2\sqrt{3}$ cm^2.

Komentár. Naši drahí riešitelia, úloha vôbec nebola ťažká, ale našlo sa pár chýb, ktoré sa opakovali. Tak si zapíšte, že trojuholník (presnejšie jeho vrchol alebo strana) ležiaci v polrovine určenej priamkou a bodom nemusí tým bodom prechádzať. Taktiež, že je nepresné, ak napíšem, že $\sqrt{3}$ je 1,7. Takže nabudúce ak nebude napísané „zaokrúhlite“, tak to nerobte. ĎAKUJEME.

4 opravovali **Maťka** a **Lucka**

najkrajšie riešenia: Dušan Blicha

45 riešení



Ako vieme zo zadania úlohy, väznica má rozmery 10×10 m. Ak tam mám vytvoriť cely, ktoré majú tvar dobre známy z obrázku a rozmer štvorčeka je 1×1 m, tak vlastne do siete 10×10 mám umiestniť tieto tvary (viď obr.). Ak to zrátam, zistím, že v sieti je 100 štvorčekov 1×1, a teda tam môžem umiestniť najviac 25 ciel. Avšak, nedá sa to. Vysvetlíme si, prečo to tak je.

Predstavme si väznicu ako sieť 10×10 a ofarbime si ju ako šachovnicu. To isté spravíme aj s nákresom cely. Nákres cely bude mať potom vyplnený jeden štvorček bielo a tri čierno, alebo tri bielo a jeden štvorček čierno. Teraz už len ich tam nejakým spôsobom poukladať. Keď sa pozrieme na našu šachovnicovú sieť $1O \times 10$, máme v nej 50 štvorčekov bielych a 50 štvorčekov čiernych. Teda aj pri ukladaní našich ciel na to musíme brať ohľad a nemôžeme použiť len ofarbenie jeden štvorček bielo a tri čierno, alebo len ofarbenie tri bielo a jeden štvorček čierno, ale potrebujeme obe z nich. Skúsme si teraz predstaviť, že na našej šachovnicovej sieti máme naozaj 25 ciel. Pre celu, ktorá je zafarbená troma čiernymi a jedným bielym štvorčekom, si počet čiernych štvorčekov môžeme vyjadriť ako $3x$ a počet bielych ako x. To isté spravíme pre druhý typ cely. Máme tu jedno čierne a tri biele políčka, preto počet bielych políčok vyjadríme ako $3(25 - x)$ a počet čiernych políčok ako $25 - x$. To znamená, že na sieti je spolu $3x + 25 - x$ čiernych políčok a $x + 3(25 - x)$ bielych políčok. A my vieme, že na tabuli je 50 čiernych a bielych políčok. Čiže máme dve rovnice:

$$3x + 25 - x = 50$$

$$x + 3(25 - x) = 50$$

To si upravíme a v oboch rovniciach dostávame, že $2 \times x = 25$, čiže $x = 12,5$. To je samozrejme hlúposť. x bol počet použitých ciel toho prvého typu (čiže tri čierne a jedna biela), preto to musí byť celé číslo. No a to znamená, že väznica sa nedá pokryť celami takéhoto tvaru.

Komentár. O riešenie úlohy sa viacerí z vás pokúšali metodou „pokus, omyl “. Avšak neukázali ste potom, že ste otestovali každé umiestnenie. Prípadne ste sa (bohužiaľ nesprávne) domnievali, že ak vám vyšlo, že tam bude 25 ciel, tak je to riešenie. Avšak našli sa i mnohé pekné riešenia. Takže nabudúce sa nebojte porozmýšľať.

5 opravovala **Majka Lorková**

najkrajšie riešenia: Dušan Blicha, Viktor Popovič, Michal Ziman

40 riešení

Danému zadaniu nevyhovuje ľubovoľných 24 čísel. Dá sa nájsť množstvo skupín po 24 čísel, pre ktoré to neplatí. Pri ich hľadaní sa môžeme obmedziť len na čísla $0, 1, 2, \dots 23$, t. j. zvyšky po delení 24. Prvú takúto skupinu tvorí 23 čísel, ktoré po delení 24 dávajú zvyšok 1 a číslo deliteľné 24. Ďalšiu takúto skupinu tvorí 23 čísel, ktoré dávajú zvyšok $5, 7, 11, 13, 17, 19, 23$ a jedno číslo deliteľné 24. Je to spôsobené tým, že najmenší spoločný násobok týchto čísel a 24 je ich 24-násobok, ale ja mám iba 23 takýchto čísel. Ak by číslo 24 a zvyšok po delení 24 mali spoločného deliteľa, tak by ich najmenší spoločný deliteľ bol menší ako ich 24-násobok a vedeli by sme ho teda vytvoriť. Pre žiadne zo spomenutých čísel to však neplatí.

Komentár. Pri riešení tejto úlohy sa vyskytol problém so zadaním. Za to sa vám všetkým ospravedlňujem a pri opravovaní vašich riešení som preto bola veľmi mierna. Úloha bola myslená tak, že v daných 24 čislach mi stačí nájsť ľubovoľnú jednu n-ticu, ktorej súčet bude deliteľný 24. Mnohí z vás to riešili týmto spôsobom a prišli na to, že to neplatí pre ľubovoľných 24 čísel. Našli sa aj veľmi pekné a dlhé dôkazy, v ktorých ste však pozabudli na nejaký detail a nemohla som Vám to uznať, čo mi je veľmi ľúto.

6 opravoval **Rasťo Oľhava**

najkrajšie riešenia: Ladislav Hovan

45 riešení

Máme obdĺžnik s rozmermi 5×4. Nech 5 je počet riadkov a 4 počet stĺpcov (vzhľadom na našu úlohu je to jedno, lebo nám ide len o rozmery). Ak je súčet čísel v riadku rovný x, potom súčet všetkých použitých čísel (SVPČ) je $5x$, lebo máme 5 riadkov. A tak vidíme, že SVPČ je násobkom 5, t.j. je deliteľný číslom 5. SVPČ musí tiež byť podobným spôsobom deliteľný číslom 4 kvôli tomu, že máme 4 stĺpce. Rozmyslite si, prečo. Keďže Zuska si nechala jednu kartičku, SVPČ môže nadobúdať hodnoty od 57 po 60 ($61 - 4 = 57, 61 - 3 = 58, 61 - 2 = 59, 61 - 1 = 60$). Z týchto čísel jedine 60 je deliteľné aj 4 aj 5. Takže Zuska si nechala kartičku s číslom 1 ($61 - 1 = 60$).

Komentár. Mnohí z vás nepochopili zadanie a mysleli ste si, že súčet čísel v každom riadku a stĺpci má byť rovnaké číslo. To je však nemožné, pretože počet riadkov a stĺpcov nie je rovnaký, a to znamená, že takýto obdĺžnik sa nedá poskladať. Už táto informácia, ku ktorej ste väčšinou došli, vám mohla napovedať, že ste zle pochopili zadanie, pretože v zadaní bolo, že Zuska tento obdĺžnik poskladala, a preto sa poskladať dá (zadanie nikdy neklame). Ostatní sa s úlohou popasovali statočne. Body som však musel strhávať za nedostatočný komentár. Napr. nestačí prehlásiť, že SVPČ musí byť deliteľný 4 aj 5 a neuviesť dôvod. Toť asi vsjo...

Zadania 3. série úloh

Úlohy pošlite najneskôr **3. apríla 2006**

„Dnes, 1.júliusa, píšem prvý záznam do lodného denníka. Vyrazili sme zo 46. rovnobežky a 12. poludníka. More je pokojné, a tak je aj posádka pokojná. Najväčšie problémy nám robili čajky, kradli námorníkom jedlo spred úst a ťažko ich bolo odohnať. Až do včera rána, kedy som sa ako kapitánka pochlapila, zobrala som mačetu a čajky sa už neodvážili ani len priblížiť. Okrem toho sme sa dopočuli, že po mori sa plavia nejakí piráti, nie sú vraj nebezpeční, ale škodu narobiť vedia. Pre istotu som teda rozhodla, že traja námorníci budú každú noc strážiť na hornej palube. Námorníci si palubu chceli rozdeliť na tri časti takto: Paluba má tvar pravouhlého trojuholníka ABC s pravým uhlom pri vrchole A. Na strane BC je ľubovoľný bod M a body P, Q sú päty kolmíc z M na strany AB, AC. Prvý námorník bude strážiť časť BPM, druhý námorník bude strážiť časť MQC a tretí časť $AQMP$. Ja si však myslím, že takýmto rozdelením nikdy nedostanú rovnako veľké časti.

Úloha 1. *Ukážte, že plochy BPM, MQC, $AQMP$ nemôžu byť rovnako veľké pre ľubovoľnú pozíciu bodu M na úsečke BC.*

Námorníci sa napokon dohodli, že sa na stráži budú striedať, a tak ofintia vyššieuvedený problém. Morálka na lodi je vynikajúca, námorníci sa tešia z plavby a dokonca aj starý Giuseppe sa usmieva a to už je čo povedať...

14.július

Od včera večera mi jedna vec vŕta v hlave. Giovanna nám rozprávala príbeh o kráľovnej z exotickej krajiny. Tá kráľovná sa vraj narodila v takom roku (štvorcifernom), že keď pred toto číslo pridáme cifru 9, dostaneme päťciferné číslo deliteľné 18 a 24 zároveň. Navyše v roku jej narodenia sú všetky cifry rôzne a storočie, v ktorom žila, je najmenšie prvočíslo s rôznymi ciframi.

Úloha 2. *Aká je posledná cifra roku narodenia kráľovnej?*

Dlho som na to nevedela prísť, no nakoniec sa mi to podarilo. Pomaly si musíme začať šetriť nielen jedlo, ale aj vodu. Nabrali sme juhovýchodný smer a pokiaľ budeme mať aj naďalej priaznivý vietor, o tucet dní by sme mali zakotviť v Alexandrii. Na vstup do prístavu však budeme musieť zadať číslo, o ktorom nám egyptská vláda už poslala nejaké informácie, keďže sme dopredu ohlásili svoj príchod. Dali nám tieto informácie: V rovine štyri rôzne priamky rozdeľujú vnútro kruhu na dieliky. Nech m je maximálny počet takýchto dielikov a n je minimálny počet takýchto dielikov. Také niečo môžu vymyslieť len Egypťania, hmm ;).

Úloha 3. *Zistite, aký je súčet $m + n$.*

Keďže som chcela mať vstupné heslo vopred pripravené, zverila som sa s touto úlohou Giovanne, a tá mi pomohla … Bola som veľmi šťastná, tešila som sa na naše vylodenie v Alexandrii. Všetci sme sa tešili, veď po týždni na šírom mori sa niet čo čudovať.

20.július

Konečne som sa dostala k písaniu lodného denníka, v posledných dňoch sa toho veľa udialo, stretli sme obrovskú obchodnú loď plaviacu sa až z Malej Ázie. S kapitánom som sa dohovorila po fénijsky a poprosila som ho o nejaké potraviny a vodu. Pristal, no mal jednu podmienku. Vodu sme už nesmierne potrebovali, a tak som povedala, že jeho podmienku prijímam. Vysvitlo, že jeho manželka, ktorá bola tiež na jeho lodi, s ním nechcela spávať v jednej kajute, kým jej nepovie odpoveď na jej otázku. Problém bol takýto: maliarka Besirah, známa v celom Stredomorí, sa rozhodla vytvoriť matematické umenie na maliarskom plátne. Rozdelila štvorcové plátno na 9 rovnakých štvorcov a zafarbila stredný štvorec na červeno. Potom rozdelila každý zostávajúci štvorec na 9 rovnakých štvorcov. A zase zafarbila každý stredný štvorec farbou. Tentokrát žltou. Znovu zopakovala postup a zafarbila stredné štvorčeky modrou. Opakovala to až dovtedy, kým viac ako polovica plátna nebola zafarbená nejakou farbou. A kapitán chcel vedieť, koľko farieb použila a koľko štvorcov zafarbila.

Úloha 4. *Zistite, koľko farieb Besirah použila a koľko štvorcov pritom zafarbila.*

Našťastie som mala Giovannu po svojom boku, a tak sme už čoskoro dostali od natešeného kapitána zásoby jedla aj čerstvej vody na celý mesiac. Všetci námorníci sa potešili a rozhodli sa s mojim zvolením usporiadať oslavu na hornej palube.

21.július nadránom

Oslava je v plnom prúde, no ja musím myslieť na svoje povinnosti a urobiť zápis do denníka. Na mori sme už tri týždne a ja musím spísať, ako postupujeme. Jedla aj vody máme dosť vďaka kapitánovi veľkej obchodnej lode. Námorníci sú zdraví, chutí im jesť a morálka je tiež výborná. Oproti plánu napredujeme rýchlo. Prvý týždeň plavby sme preplávali $(x + 5)$ benátskych siah. Počas druhého týždňa sme preplávali o 2 benátske siahy viac ako je polovica vzdialenosti, ktorú sme preplávali počas prvého týždňa. Počas tretieho týždňa sme preplávali trikrát toľko ako počas druhého týždňa. Spolu sme už preplávali 5000 benátskych siah.

Úloha 5. *Vypočítajte, koľko siah sme preplávali počas prvého týždňa.*

Kým ja som bilancovala a zapisovala, námorníci, už trochu potužení ohnivou vodou, sa na hornej palube rozprávali. Zrazu Giaccomo navrhol hru o denáre. Pietro pristúpil na hru, a tak mu Giaccomo povedal pravidlá: „Skryjem ti 20-krát tento vzácny medailón pod jeden z týchto pohárov. Po každom skrytí si tipneš, kde sa medailón nachádza a ak uhádneš, dám ti 8 denárov. Ak neuhádneš, zaplatíš mi 5 denárov a ak sa rozhodneš netipovať, nezaplatíš nič. “ Pietro zarobil na tejto hre 13 denárov. Felipe, ktorý hru nesledoval, sa zrazu spýtal: „Koľkokrát vlastne Pietro tipol, kde je skrytý medailón?“

Úloha 6. *Viete poradiť Felipemu, koľkokrát tipoval Pietro správne, koľkokrát nesprávne a koľkokrát radšej odmietol tipovať, kde je medailón ukrytý?*

Giovanna to hneď zistila, a tak, keď som spísala záznam do lodného denníka a vyšla na palubu, popod nos sa usmievala. Tiež mi to nedalo a po chvíľke rozmýšľania som na to prišla aj sama. Oslava sa skončila až ráno. Pietro ostal strážiť a ostatní sa išli vyspať. Ja som tiež vliezla do svojej kajuty a po krátkom pohľade na fotku môjho milovaného Francesca som sa pobrala do ríše snov. Práve sme sa s Francescom vášnivo objímali, keď vtom počujem Pietra kričať: „Vidím pevninu! Pevnináááááá!!!" . . .

Poradie po 2. sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy, **P** je prémia závislá od ročníka podľa pravidiel a **CS** je celkový súčet bodov.

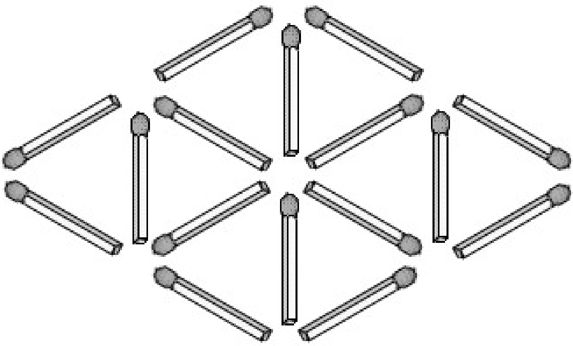
Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
1. – 2.	Róbert Tóth	Kvarta	GAlejKE	29	5	4	4	5	5	5	57
	Martin Vodička	Prima	GAlejKE	29	5	3	5	5	2	5	57
3.	Viktor Popovič	Kvarta A	GMudrPO	28	5	3	5	5	5	5	56
4.	Ján Hoffmann	Tercia	GAlejKE	26	1	4	5	5	1	4	50
5. – 6.	Michal Kopf	7. A	NULL	28	5	-	-	5	1	5	49
	Zuzana Zatrochová	Kvarta	GAlejKE	24	5	0	5	5	5	5	49
7.	Jana Baranová	Kvarta	GAlejKE	23	5	0	5	5	5	5	48
8. – 9.	Filip Sakala	7. C	ZDargHE	26	0	0	3	5	3	5	47
	Jozef Lami	7. A	ZNov2KE	30	2	1	5	-	4	0	47
10.	Rastislav Kiseľ	Tercia	GAlejKE	25	-	4	5	5	-	1	45
11.	Daniel Till	7. A	ZAngeKE	23	4	0	5	4	3	0	44
12. – 14.	Juraj Mitro	Kvarta A	GMudrPO	19	5	0	5	5	4	5	43
	Matúš Stehlík	Tercia	GAlejKE	20	-	3	5	5	1	4	43
	Ivana Soláriková	Kvarta	GAlejKE	25	5	-	5	-	4	4	43
15.	Denisa Bálintová	Kvarta	GAlejKE	25	5	2	5	-	-	5	42
16.	Dušan Blicha	Kvarta	GAlejKE	23	-	3	-	5	5	5	41
17.	Monika Vaľková	Kvarta	GAlejKE	21	4	1	5	5	-	4	40
18. – 21.	Bibiana Kucerová	Tercia	GAlejKE	20	0	0	5	5	4	-	39
	Lenka Vašková	8. A	ZKro4KE	18	4	-	5	5	1	5	39
	Ľubomír Kollarčík	8. A	ZŠmerPO	15	-	3	4	5	4	5	39
	Katarína Gallová	8. A	ZKro4KE	12	-	4	5	5	5	4	39
22.	Tatiana Pitoňáková	7. B	ZMiSvit	20	-	3	-	5	-	5	38
23.	Monika Meráková	7. C	ZDargHE	18	0	0	3	5	1	5	37
24. – 26.	Gabriela Brndiarová	Kvarta	GAlejKE	18	5	-	4	5	-	4	36
	Michal Ziman	Kvarta	GHaliLC	15	-	4	2	5	5	5	36
	Petra Zibrínová	8. A	ZŠmerPO	18	0	1	5	5	3	3	36
27.	Ladislav Hovan	8. A	ZKro4KE	17	-	1	5	5	1	5	35
28.	Štefan Lukáč	9. B	ZKuzmic	14	-	0	5	5	5	5	34
29. – 31.	Katarína Buhajová	Tercia	ZŠverSV	16	4	0	2	0	1	5	33
	Matej Monček	9. A	ZMiSvit	17	-	3	3	5	-	5	33

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
	Ján Šimko	7. C	ZŠmerPO	14	3	0	1	5	1	4	33
32. – 33.	Miloš Selečéni	9. A	ZŠkolKA	19	-	4	4	5	-	-	32
	Denisa Dupláková	8. A	ZKro4KE	13	-	2	5	5	1	5	32
34. – 36.	Jana Škropeková	8. A	ZŠmerPO	16	0	0	5	5	0	5	31
	Dominika Šubertová	8. A	ZŠmerPO	6	0	3	5	5	4	5	31
	Miroslava Vašková	8. A	ZŠmerPO	15	-	0	5	5	1	5	31
37. – 38.	Dominika Štofová	Tercia A	GDaxnVT	18	-	0	3	0	-	4	29
	Barbora Demjaničová	8. A	ZŠmerPO	17	-	1	5	5	1	0	29
39. – 40.	Juraj Horňák	8. D	ZHvieVK	16	1	1	0	5	5	-	28
	Viktória Hroncová	8. A	ZKro4KE	18	-	0	3	3	0	4	28
41.	Lukáš Herteľ	9. A	ZKuzmic	11	0	-	5	5	-	5	26
42.	Anton Hajduk	7. A	ZŠverSV	13	4	0	0	0	-	4	25
43. – 44.	Jaroslav Kobulnický	8.	ZPolian	16	0	0	2	5	-	-	23
	Anna Janovcová	Tercia	GAlejKE	23	-	-	-	-	-	-	23
45.	Ján Hlavačka	Tercia	GAlejKE	11	0	1	1	4	1	0	22
46. – 49.	Michaela Jančárová	Kvarta	GAlejKE	21	-	-	-	-	-	-	21
	Barbora Galová	8. A	ZŠmerPO	9	0	0	5	5	0	2	21
	Elena Fialková	9. B	ZNešpPO	21	-	-	-	-	-	-	21
	Soňa Tokárová	7. B	ZProsPO	11	-	0	-	5	-	0	21
50. – 51.	Peter Barabas	Kvarta	GAlejKE	20	-	-	-	-	-	-	20
	Jakub Kireš	7. B	ZStanKE	20	-	-	-	-	-	-	20
52. – 53.	Tomáš Novella	Kvarta	GAlejKE	19	-	-	-	-	-	-	19
	Tomáš Link	Tercia	GAlejKE	19	-	-	-	-	-	-	19
54. – 56.	Andrea Knapiková	7. A	ZKapuš	9	0	0	-	0	1	4	18
	Tomáš Gajdoš	Kvarta	GAlejKE	18	-	-	-	-	-	-	18
	Denis Fedor	7. C	ZZakaRV	18	-	-	-	-	-	-	18
57. – 59.	Zuzana Ištoňová	7. D	ZVinbBJ	17	-	-	-	-	-	-	17
	Denisa Múthová	8. A	ZGaštŽA	8	0	0	3	5	1	0	17
	Peter Sadel	9. A	ZMiSvit	17	-	-	-	-	-	-	17
60. – 62.	Ján Špilák	Kvarta	GAlejKE	16	-	-	-	-	-	-	16
	Monika Daniláková	7. C	ZŠmerPO	16	-	-	-	-	-	-	16
	Simona Krivá	8. A	ZPetrov	13	-	0	3	-	0	-	16
63.	Dušan Nikházy	Tercia	GAlejKE	15	-	-	-	-	-	-	15
64. – 66.	Veronika Ištenešová	8. B	ZNáleMI	6	-	-	5	-	3	0	14
	Dominik Valko	8. A	ZBrusKE	14	-	-	-	-	-	-	14
	Andrea Görcsösová	Kvarta	GAlejKE	14	-	-	-	-	-	-	14
67. – 68.	Tibor Pastirák	9. B	ZKuzmic	12	-	-	-	-	-	-	12
	Miroslava Olejníková	8. A	ZPetrov	11	-	0	-	-	1	-	12
69.	Andrea Čopíková	8. A	ZŠverSV	9	-	-	-	-	-	-	9
70.	Alha Haal	7. F	NULL	2	1	1	2	-	-	-	8
71.	Jaroslav Černej	9. A	ZKuzmic	7	-	-	-	-	-	-	7
72. – 73.	Martin Knapik	8. A	ZŠmerPO	6	-	-	-	-	-	-	6
	Veronika Habalová	Kvarta	GAlejKE	6	-	-	-	-	-	-	6
74.	Viktor Vinczlér	8. A	ZKe30KE	4	0	0	0	-	1	-	5

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
75.	Ivana Forraiová	7. A	ZJuhoKE	2	-	-	-	-	-	-	2

Na voľnú chvíľu

Odoberte čo najmenší počet zápaliek tak, aby na obrázku ostal jediný trojuholník.



Za podporu a spoluprácu ďakujeme:

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 3 • Zimná časť 19. ročníka (2005/06) • Vychádza 8. marca 2006
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`