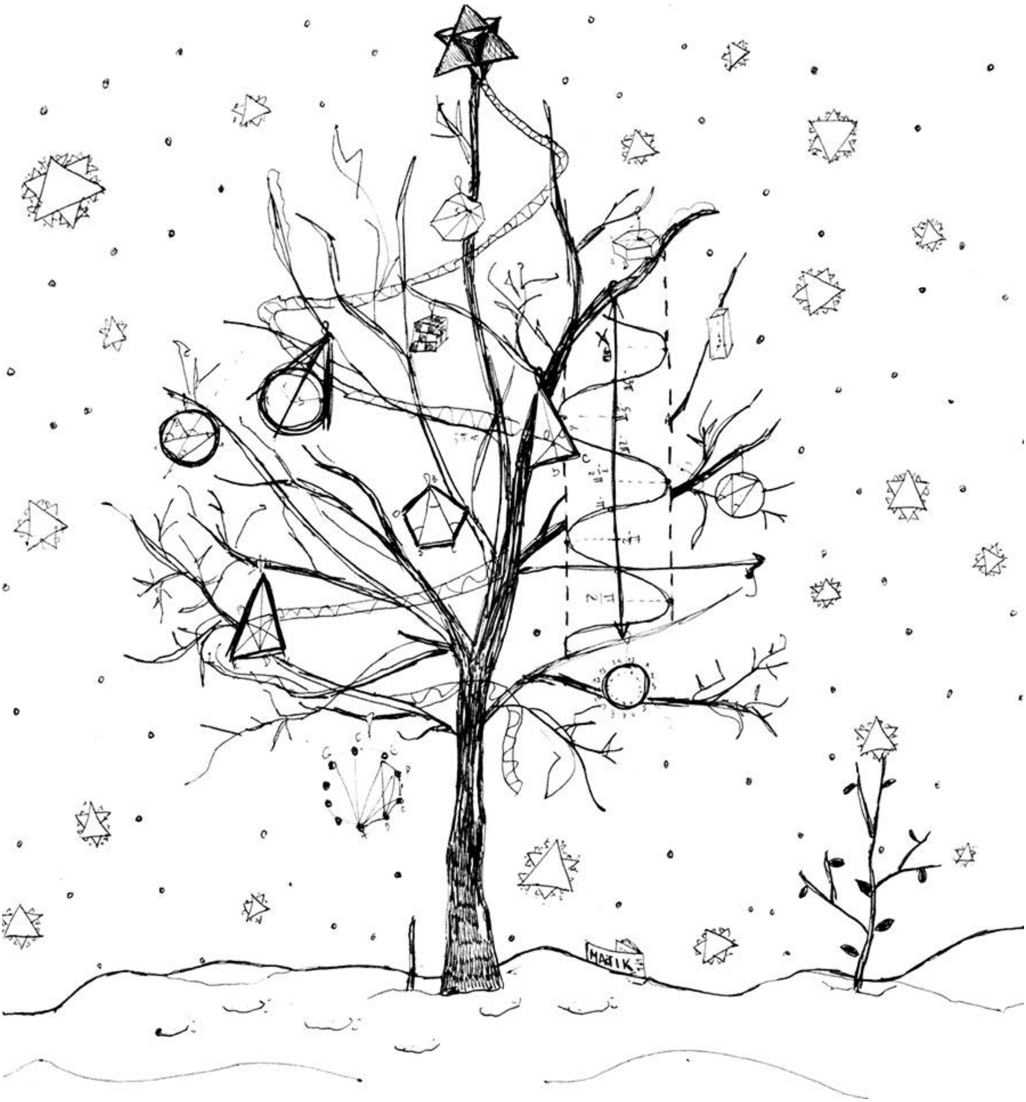
Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo **3** — Ročník **28** Internet http://matik.strom.sk



A sme tu zas!

S prichádzajúcou zimou sa vám opäť hlásime a s nami aj ďalšie číslo vášho obľúbeného *MATIK*a. Na jeho konci pre tých najusilovnejších čaká malý predvianočný darček v podobe poradia a s ním vyhliadka na skvelé sústredenie. Momentálne vám teda už neostáva nič iné ako si poriadne oddýchnuť, nabrať veľa síl a popritom netrpezlivo čakať na chvíľu, kedy sa opäť všetci stretneme. Ak by ste boli veľmi nedočkaví a chceli ste nás vidieť už skôr, tak väčšina z nás bude pred Vianocami na tradičnom Stromáckom Maxiklube, o ktorom si môžete viac prečítať nižšie ;-).

Vaši vedúci *MATIK*a

Ako bolo

Lomihlav Aj tento rok sme sa opäť stretli. Tentokrát 14. novembra, a to v súťažnej nálade a plní nadšenia lámať si hlavu nad príkladmi, hádankami a hlavolamami. Konal sa totiž Lomihlav. Suverénne najlepšie si lámali hlavu družstvá z Krosnianskej, ktoré obsadili prvé dve miesta v poradí s rovnakým počtom bodov a zoradilo ich len množstvo vyrátaných príkladov. Na treťom mieste sa umiestnilo družstvo zo základnej školy na Okružnej ulici v Michalovciach. Nikto však nemusel smútiť, lebo po rátaní sa pre všetkých otvorilo kasíno, kde každý snaživec mohol vyhrať sladkú odmenu. Veríme, že sa takto s vami uvidíme aj o rok.

Ako bude

Maxiklub Chceš sa schovať pred zimou, či pokecať s niekým o neodolateľnej vôni medovníkov zo špajze? Príď na vianočný Maxiklub, ktorý sa bude konať v nedeľu 21.12.2014 od 15:00 na Jesennej 5 v Košiciach, miestnosť P19. Nájdeš tam kopu svojich kamarátov a vedúcich, a samozrejme dobrú náladu. Budú ťa čakať aj nejaké tie dobroty a možno aj kapustnica. Vstupné na túto lukratívnu udalosť je zopár vianočných koláčikov, ktoré ukradneš z domácej zásoby na zimu. Pravdepodobne ťa pustíme k nám aj keď na to zabudneš, ale za isté to považovať nemôžeš :-P. Okrem toho si so sebou nezabudni zobrať všetky nové historky či dobré vtipy :-).

Vzorové riešenia 2. série úloh

1 opravovali **Žanetka** a **Deniska Semanišinové**

najkrajšie riešenia: Gabriela Genčiová, Tomáš Chovančák

65 riešení

Zadanie Štátna poznávacia značka auta, ktoré unášalo Džoša mimo jeho bydliska, je šesťciferné číslo začínajúce jednotkou. Ak túto jednotku presunieme na koniec čísla, číslo sa zväčší trojnásobne. Určte, akú malo auto ŠPZ. Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.

Vzorové riešenie Naša pôvodná ŠPZ mala tvar $\overline{1ABCDE}$, kde A, B, C, D, E sú cifry a trojnásobné číslo, ktoré z nej vzniklo presunutím cifry 1 na koniec má tvar $\overline{ABCDE1}$.
Pozrime sa najprv na to, akou cifrou končia trojnásobky jednotlivých cifier:

$$\begin{array}{ccccc} 0\cdot 3=0 & 2\cdot 3=6 & 4\cdot 3=12 & 6\cdot 3=18 & 8\cdot 3=24 \\ 1\cdot 3=3 & 3\cdot 3=9 & 5\cdot 3=15 & 7\cdot 3=21 & 9\cdot 3=27 \end{array}$$

Vidíme, že každý trojnásobok končí inou cifrou, takže budeme vždy vedieť určiť, ktorú cifru sme násobili, aby sme dostali požadovaný výsledok. Napíšme si zadanie ako násobenie pod seba:

$$\begin{array}{r} 1ABCDE \\ \cdot \quad\quad 3 \\ \hline ABCDE1 \end{array}$$

(0) Z $E\cdot 3$ potrebujeme dostať cifru 1, ktorú nám po vynásobení 3 dá len cifra 7. Čiže $E=7$, lebo $7\cdot 3=21$, teda sa nám 2 zvýšili.
(1) Potrebujeme teraz z $D\cdot 3$ dostať cifru 7, ale 2 sa nám zvýšili, takže $D\cdot 3$ končí na $7-2=5$. Teda $D=5$ a 1 sa nám zvýšila.
(2) Teraz potrebujeme z $C\cdot 3$ dostať cifru 5, ale 1 sa nám zvýšila, takže $C\cdot 3$ končí na $5-1=4$. To znamená, že $C=8$ a 2 sa nám zvýšili.
(3) Následne nám treba z $B\cdot 3$ dostať cifru 8, ale 2 sa nám zvýšili, takže $D\cdot 3$ končí na $8-2=6$. Vyhovuje len $B=2$, a teda sa nám nič nezvýšilo.
(4) Napokon nám už len $A\cdot 3$ musí dať cifru 2, a keďže sa nám nič nezvýšilo, tak $A=4$.

$$\begin{array}{r} 1ABCD7 \\ \cdot \quad\quad 3 \\ \hline ABCD71 \end{array} \xrightarrow{(1)} \begin{array}{r} 1ABC57 \\ \cdot \quad\quad 3 \\ \hline ABC571 \end{array} \xrightarrow{(2)} \begin{array}{r} 1AB857 \\ \cdot \quad\quad 3 \\ \hline AB8571 \end{array} \xrightarrow{(3)} \begin{array}{r} 1A2857 \\ \cdot \quad\quad 3 \\ \hline A28571 \end{array} \xrightarrow{(4)} \begin{array}{r} 142857 \\ \cdot \quad\quad 3 \\ \hline 428571 \end{array}$$

Nakoniec urobíme skúšku správnosti:

$$\begin{array}{r} 142857 \\ \cdot \quad\quad 3 \\ \hline 428571 \end{array}$$

Iné riešenie:
Vychádzajme z nášho pôvodného zápisu. Keď sa pozrieme na rozvinutý desiatkový zápis našej pôvodnej ŠPZtky, vidíme, že je to číslo $100000+\overline{ABCDE}$. Rovnako vieme prísť na to, že jej trojnásobok vieme zapísať v tvare $10\cdot\overline{ABCDE}+1$. Označme číslo $\overline{ABCDE}$ ako x a zostavme rovnicu:

$$\begin{aligned} 3\cdot(100000+x) &= 10\cdot x+1, \\ 300000+3\cdot x &= 10\cdot x+1, \\ 299999 &= 7\cdot x, \\ 42857 &= x. \end{aligned}$$

Naša pôvodná ŠPZ je teda $100000+42857$ a keď toto číslo vynásobíme tromi, skutočne dostávame číslo 428571. ŠPZ teda bola číslo 142857.

Komentár Úloha bola pre vás pomerne jednoduchá, o čom svedčí aj to, že takmer všetci máte za ňu 8-9 bodov. Väčšina z vás použila prvý postup, no mnohí z vás zabudli na to, že to, že vám jedna cifra dáva požadovanú cifru po vynásobení tromi, nemusí znamenať, že iná nie, preto bolo podstatné to aspoň spomenúť (úloha by predsa mohla mať aj viac riešení). Rovnako podstatná je skúška správnosti, úloha by vôbec nemusela mať riešenie. A samozrejme, netreba byť lenivý a pokiaľ nepoužívate nejaký univerzálny postup (čo v tejto úlohe veľmi nešlo), tak napísať „a tak ďalej a nakoniec to vyjde“ nie je najlepšia cesta k veľkému počtu bodov. Pre lenivých je dobrým návodom druhý spôsob riešenia, ktorý je veľmi elegantný, a všetkým, ktorí ho použili, patrí veľká pochvala.

2 opravovali **Aktka Krajčiová** a **Rišo Trembecký**

najkrajšie riešenie: Samuel Krajči

62 riešení

Zadanie Každé parkovacie miesto bolo označené kladným celým číslom, nie väčším ako 10, a ich poradie na prvý pohľad vôbec nedávalo zmysel. Pre každú dvojicu susedných parkovacích čísel platilo, že jedno je násobkom druhého. Auto, na ktorom Džoš sedel, zrazu znenazdajky preparkovalo, a tak viac nemal výhľad na parkovacie čísla, no zaujímalo ho, akú kapacitu malo parkovisko pred motorestom. Predtým ho to nejak nenapadlo spočítať. Koľko najviac parkovacích miest mohlo byť pred motorestom, ak platí to, čo si Džoš všimol o ich očíslovaní? Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.

Vzorové riešenie Na začiatok si stačí uvedomiť, že kladnými celými číslami, ktoré nie sú väčšie ako 10, sú čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 a 10. Keďže sa snažíme zistiť najväčší možný počet miest, najprv budeme uvažovať, či tam môžu byť všetky. Nazvime dve čísla z nášho rozsahu, ktoré môžu stáť pri sebe (deliteľ/násobok), svojimi kamarátmi.

Všimnime si, že číslo 7 má jediného kamaráta, a to číslo 1. Aby sme mohli číslo 7 použiť (chceme použiť všetky čísla), musíme ho umiestniť na okraj radu, ktorý tvoríme. Vedľa neho bude už spomenuté číslo 1. Keďže číslo 1 sa kamaráti so všetkými číslami, tak vedľa neho môže byť ľubovoľné zo zvyšných 8 čísel. Zaoberajme sa teraz zvyšným, 8-miestnym, radom, ktorý môže mať na oboch koncoch ľubovoľné číslo (iné ako 1 a 7, ktoré sme už použili).

Uvedomme si, že číslo 5 má presne dvoch kamarátov – čísla 1 a 10. Rovnako číslo 9 má len dvoch – čísla 1 a 3. V našom novom uvažovanom rade už nerátame s číslom 1, teda obom číslam zostáva jediný kamarát (číslu 5 číslo 10 a číslu 9 číslo 3), preto budú musieť tieto čísla stáť na koncoch 8-miestneho radu (aby sme použili všetky čísla). Keďže nerozlišujeme medzi miestom pri čísle 1 a koncom celého radu, dajme k číslu 1 číslo 5 a na koniec radu číslo 9. Doplníme čísla 10 a 3 ako jediných kamarátov. Náš rad zatiaľ vyzerá takto:

$$7 - 1 - 5 - 10 - \cdots - 3 - 9.$$

Môžeme pokračovať v doplňovaní. Číslu 10 zostáva ako nepoužitý kamarát len číslo 2, číslu 3 zostáva 6: $7 - 1 - 5 - 10 - 2 - \cdots - 6 - 3 - 9.$

Všimnime si, že číslo 6 už nemá kamaráta, ktorý by nebol použitý. Jedinou možnosťou, ako dostať fungujúci rad, je prepojenie 2 a 6.
Týmto sme dostali najdlhší rad, aký sa dá vytvoriť s číslom 7 na kraji, a ako vidíme, neobsahuje všetky čísla. Z toho vyplýva, že rad desiatich čísel sa vytvoriť nedá.
Ďalej uvažujme, či môže existovať fungujúci rad deviatich čísel (bez čísla 7). Je ich niekoľko, stačí sa trochu pohrať :) Tu je jeden z nich:

$$4 - 8 - 2 - 6 - 3 - 9 - 1 - 5 - 10.$$

Na parkovisku teda mohlo byť najviac deväť miest.

Komentár Úloha bola pomerne náročná, pretože mnoho z vás malo problém pozrieť sa na úlohu z nadhľadu a vedieť si povedať tú hlavnú myšlienku:
1. Nájsť riešenie (v tomto prípade akýkoľvek rad deviatich vyhovujúcich čísel),
2. Ukázať, že na viac sa to nedá (v tomto prípade stačilo ošetriť jednu možnosť, že to nejde na všetkých 10 miest).
Táto úvaha sa uplatňuje často pri podobných dokazovacích úlohách. Veľa riešiteľov sa snažilo urobiť tieto dva kroky naraz tak, že sa nepokúšali samostatne zostrojiť rad zo všetkých čísel, ale z „čo najviac“, a preto napríklad nepoužili číslo 7, lebo je „nevýhodné ho použiť“, pretože si tým minieme jednotku. Čo ak je ale práve toto tá pravá možnosť, ako využiť jej univerzálnosť?
Úloha sa dala riešiť samozrejme aj vypisovaním možností, to by ale nebolo veľmi efektívne pre veľa čísel, a už aj teraz to bolo celkom namáhavé, o čom svedčí aj fakt, že jediný, kto to rozobral naozaj dôkladne, bol Frederik Ténai.

3 opravoval **Kristín Mišlanová** a **Matúš Hlaváčik**

70 riešení

najkrajšie riešenia: Viki Brezinová, Martin Števko

Zadanie Zo zeleného auta vychádzali hlasy Jožka, Robča, Janky, Ivky, Riša, Peťa, Katky, Braňa Mojseja, Maťa a Dorky (až vtedy si Džoš uvedomil, že posledných pár hodín strávil s najväčšou pravdepodobnosťou na streche vanu). Každý sa chcel dostať k slovu a pochváliť sa, s koľkými spolujazdcami sa poznal už pred začiatkom dnešného tripu. Jožko tvrdil, že sa poznal so všetkými, Robčo že so šiestimi, Janka, Ivka, Rišo, Peťo a Katka vraj so štyrmi. Braňo Mojsej hrdo prehlásil, že s dvomi sa spoznal na kúpalisku a ostatných v živote nevidel. Maťo a Dorka sa poznajú len s jedným.
Džoš bol v tej chvíli skutočne zmätený - nebol si vôbec istý, či môžu mať všetci naraz pravdu. Môžu? Džoš by naozaj rád zistil, či sú jeho potencionálni záchrancovia klamári, alebo nie. Chcel vedieť, koľko nádejí môže vkladať do ich dôveryhodnosti. (Poznať sa je samozrejme symetrické, teda ak Janka pozná Braňa Mojseja, tak aj on pozná ju.) Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.

Vzorové riešenie To, že je priateľstvo (resp. známosť) symetrické, nám spôsobuje, že ak sa dvaja ľudia poznajú, tak tento vzájomný vzťah bude pri rozhovore nahlásený dvakrát – z pohľadu prvej aj druhej osoby. Keď zrátame počty ľudí, s ktorými sa každý pozná, tak v tomto súčte *poznaní sa* je každé priateľstvo zarátané dvakrát, z čoho vyplýva, že tento súčet *poznaní sa* musí byť párne číslo.

Spolu je v aute 10 ľudí. Jožko sa pozná so všetkými, čo znamená, že pozná 9 ľudí (pretože vynechávame jeho samotného). S koľkými sa poznajú zvyšní ľudia, máme napísané priamo v zadaní, a teda výsledný súčet *poznaní sa* je $9 + 6 + 4 + 4 + 4 + + 4 + 4 + 2 + 1 + 1 = 39$.
Číslo 39 je však nepárne, a teda niekto neuviedol správny počet ľudí, ktorých pozná. Čo znamená, že nie je možné, aby všetci naraz hovorili pravdu.

Komentár Úlohu viacerí z vás vyriešili správne, a to spôsobom, ktorý je popísaný vo vzorovom riešení. Niektorým sme však museli strhnúť jeden bod, pretože sa sami zaplietli do vlastného riešenia a pojmov, ktoré používali. Tvrdili ste napríklad, že počet priateľstiev musí byť párne číslo, pričom toto tvrdenie platí len pre súčet nahlásených *poznaní sa* a nie pre priateľstvá. Do budúcna si preto skúste dávať na takéto drobné chyby pozor :-).

4 opravoval **Janka Baranová**, **Verča Schmidtová** a **Edo Lavuš**

najkrajšie riešenia: Samuel Banas, Martin Melicher

63 riešení

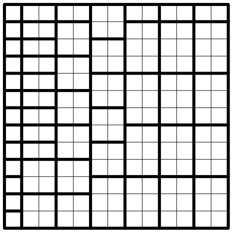
Zadanie Boli tam štyri typy kachličiek obdĺžnikového tvaru o rozmeroch (v milimetroch) 300×300, 300×600, 600×600 a 600×900. Aká je strana najmenšieho štvorca, ktorý sa nimi dá vydláždiť, ak musí obsahovať rovnaký počet kachličiek každého druhu a každú aspoň raz? Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť. (Kachličky k sebe dokonale priliehajú.)

Vzorové riešenie Keďže vidíme, že všetky štvorce majú strany násobky 300 milimetrov, jednoducho si všetky kachličky premeníme na iné jednotky. Jedna jednotka (označme ju j) bude mať dĺžku 300 milimetrov. Potom zo zadania budeme mať kachličky o veľkostiach $1\,\mathrm{j} \times 1\,\mathrm{j}$, $1\,\mathrm{j} \times 2\,\mathrm{j}$, $2\,\mathrm{j} \times 2\,\mathrm{j}$ a $3\,\mathrm{j} \times 2\,\mathrm{j}$.
Zo zadania vieme, že z každého typu kachličky musí byť rovnaký počet (označme ich počet x a volajme to, že máme x sád kachličiek). Potom celkový obsah takto vzniknutého štvorca bude x-krát obsah jednej sady, teda $x \cdot (1 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 2 + + 3 \times 2) = x \cdot 13$.
Odtiaľ ste sa vydávali dvoma spôsobmi riešenia:

- Jedno, to menej pekné, spočívalo len vo vyskúšaní možností, koľko sád kachličiek môžeme použiť, aby sme z nich vedeli poskladať štvorec. V ňom ste len postupne skúšali $x = 1, 2, \ldots$, kým ste nedostali číslo, ktoré môže byť obsahom štvorca (teda sa dá zapísať ako súčin dvoch rovnakých čísel).

- Druhé, to krajšie riešenie, vyzeralo asi takto: Číslo $x \cdot 13$ musí vyjadrovať obsah štvorca, teda sa musí dať zapísať ako súčin dvoch rovnakých prirodzených čísel. Keďže v tom súčine už jedna 13-ka je (a 13 je prvočíslo), musí tam byť aj druhá. Preto najmenšie možné x je aspoň 13.

Vyhovuje však $x = 13$? Je potrebné ešte ukázať, že pri 13 sadách (4 rôznych kachličiek) sa určite tento štvorec (o rozmeroch $13 \cdot 13$) dá týmito kachličkami vyplniť. Ukázať to stačilo ľubovoľným obrázkom, napr. takýmto:



Strana najmenšieho štvorca je preto 13 j, teda $13 \cdot 300 = 3900$ mm.

Komentár Riešili ste to dvoma spôsobmi. V oboch ste pekne dokazovali, prečo nemôže byť použitých menej sád ako 13 (niektorí ste to však mohli trochu viac odôvodniť). Nevýhoda prvého, skúšacieho riešenia by bola, ak by potrebných sád bolo príliš veľa, vtedy by vám to trvalo oveľa dlhšie a bolo by to pracnejšie. Na čo ale väčšina z vás pozabudla bol dôkaz, ktorým by ste ozrejmili, že sa kachličky naozaj dajú poskladať do štvorca 3900 mm × 3900 mm. Stačil akýkoľvek obrázok, ako by sa to dalo. Nakoľko to však bola dôležitá súčasť riešenia, strhávali sme za jej absenciu až 3 body. Inak vám to išlo super, tešíme sa na vaše ďalšie pekné riešenia :-).

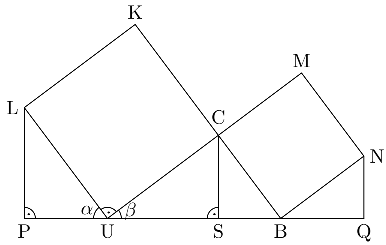
5 opravovali **Juro Jursa** a **Maťo Vodička**

najkrajšie riešenia: Martin Mihálik, Michaela Marčeková

51 riešení

Zadanie Nad odvesnami hlavy tvaru pravouhlého trojuholníka s vrcholmi v uchu, brade a čele (trojuholník UBC) s pravým uhlom pri vrchole C sú zvonku zostrojené štvorce $UCKL$ a $BCMN$. Nech P a Q sú päty kolmíc z bodov L a N na priamku UB. Dokážte, že $|QB| = |UP|$.

Vzorové riešenie V prvom rade si skúsme zaznačiť pár ďalších bodov, ktoré sa nám zídu. Dokreslime si výšku trojuholníka UBC z bodu C (úsečka kolmá na UB prechádzajúca bodom C). Na mieste, kde výška pretla stranu UB, nám vznikne bod, pomenujme ho S. Pointou úlohy je dokázať, že dve úsečky majú rovnakú dĺžku. To môžeme dokázať napríklad tak, že vhodne nájdeme zhodné trojuholníky.



Pozrime sa na trojuholníky LPU a UCS. Oba trojuholníky majú pravý uhol, navyše vieme, že prepona oboch je rovnako dlhá (keďže je to strana štvorca). Ďalej sa pozrime na priamy uhol PUB. Skladá sa z troch uhlov, pričom jeden je pravý, takže zvyšné dva majú súčet 90°. Ak si označíme $|\sphericalangle PUL| = \alpha$, $|\sphericalangle BUC| = \beta$, tak môžeme vidieť, že $|\sphericalangle ULP| = \beta$ a $|\sphericalangle UCS| = \alpha$. To preto, lebo súčet uhlov v trojuholníku je 180° a my sme si už povedali, že $\beta + \alpha + 90° = 180°$ (a tak vieme doplniť tretí uhol v trojuholníkoch LPU a USC). Našli sme trojuholníky LPU a USC, ktoré majú rovnaké uhly, navyše ich prepony sú rovnako dlhé. Z toho vyplýva, že sú zhodné (podľa vety *usu*). Túto istú

procedúru vieme spraviť aj s trojuholníkmi BSC a NQB, a teda máme dve dvojice trojuholníkov, ktoré sú zhodné.
Dva z týchto trojuholníkov, BSC a USC, zdieľajú jednu stranu, a to SC. Keďže trojuholníky USC a LPU sú zhodné, tak vieme, že $|PU| = |SC|$. Tak isto zo zhodnosti BSC a NQB máme $|BQ| = |SC|$. Teda $|PU| = |SC| = |BQ|$, čo sme chceli dokázať.

Komentár Väčšina z vás sa pokúšala dokresliť si stredovú súmernosť podľa stredu strany UB a nejakým spôsobom to odôvodniť. Problém je, že keď chcete dokázať, že $|PU| = |BQ|$, tak nemôžete s tým už v náčrte rátať, resp. čo ak bod Q neleží na úsečke NN'? Ďalší problém bol, že ste našli zhodné uhly, lenže ste to neodôvodnili, a tak ste zbytočne stratili body.

6 opravovali **Peťo „Veverka“ Kovács** a **Dano Onduš**

najkrajšie riešenia: Martin Mihálik, Martin Mičko

53 riešení

Zadanie Vážení poslucháči. Vítame Vás v dnešnej časti relácie Energetika a žiarovky, v ktorej sa budeme venovať osvetleniu tepelnej elektrárne Vojany. V hlavnej časti elektrárne sa nachádza 1000 vypínačov, ktoré obsluhujú 1000 žiaroviek. Každá žiarovka má svoje jedinečné číslo od 1 do 1000. Keď sa stlačí i-tý vypínač, prepne sa každá žiarovka v tejto elektrárni, ktorá má číslo deliteľné i. Pravidelne sa o polnoci vypínajú všetky žiarovky. Len pred niekoľkými minútami, okolo druhej nad ránom, niekto postláčal všetky vypínače, každý práve raz. Milí poslucháči, súťažná otázka na dnešné ráno znie, koľko žiaroviek svieti v tepelnej elektrárni Vojany práve v tejto chvíli? Nezabudnite svoju odpoveď zdôvodniť.

Vzorové riešenie Na začiatku sú všetky žiarovky zhasnuté. Po prepnutí všetkých vypínačov zostanú svietiť len tie, ktoré boli prepnuté nepárny počet krát (keďže prvé prepnutie žiarovku zasvieti a to druhé zhasne). Žiarovka sa prepne, ak je jej číslo deliteľné číslom vypínača. Preto hľadáme čísla od 1 po 1000, ktoré majú nepárny počet deliteľov.
Ak vydelíme nejaké číslo jeho deliteľom, dostaneme ďalšieho deliteľa. Teda vždy keď nájdeme jedného, nájdeme aj ďalšieho. Budú sa nám teda tvoriť páry deliteľov, pričom v každej dvojici bude rovnaký súčin. Preto by každé číslo malo mať párny počet deliteľov. To však neplatí, ak vieme číslo zapísať ako súčin dvoch rovnakých deliteľov. Teraz už len zostáva takéto čísla nájsť.
Číslo, ktoré vieme napísať ako súčin dvoch rovnakých čísel, je ich druhou mocninou. Počet druhých mocnín menších ako 1000 zistíme tak, že spravíme odmocninu z 1000, aby sme našli najväčšiu. Je to trochu viac ako 31. To znamená, že $31 \cdot 31 = 31^2 = 961$ je menej ako 1000, ale $32^2 = 1024$ je už príliš veľa.
Preto zostane svietiť 31 žiaroviek.

Iné riešenie:
Počet deliteľov vieme zistiť aj tak, že si číslo rozložíme na prvočísla. Po rozklade si ho môžeme zapísať ako ich násobok.
Napríklad: $42 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^0 \cdot 7^1 \cdot 11^0 \ldots$

Všeobecne: $x = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d \cdot 11^e \dots$
Počet deliteľov potom zistíme tak, že ku každému exponentu (to číslo hore) pričítame 1 a potom exponenty vynásobíme:

$$(a + 1)(b + 1)(c + 1)(d + 1)(e + 1)\dots.$$

Keďže chceme, aby sme po vynásobení dostali nepárny počet deliteľov, musia byť všetky exponenty (pred pričítaním 1) párne (potom po pričítaní 1 máme súčin nepárnych čísel, teda nepárne číslo). A ak sú všetky tieto exponenty párne čísla, je naše číslo druhou mocninou iného čísla.

Komentár Väčšine z vás sa podarilo všimnúť si, že druhé mocniny čísel ostávajú svietiť, no nie všetkým sa podarilo zdôvodniť, prečo len druhé mocniny a prečo všetky druhé mocniny. Znovu však pripomíname, že skúšanie všetkých možností, v tomto prípade 1000 žiaroviek, asi nie je najlepší nápad, keďže nikomu sa takto nepodarilo dopracovať k výsledku.

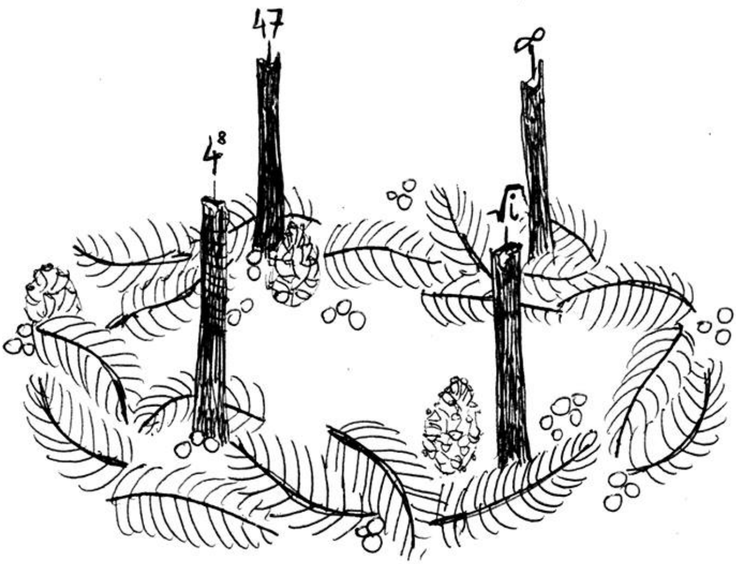
Poradie po 2.sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy a **CS** je celkový súčet bodov.

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	CS
1.	Matej Hanus	8. A	ZKro4KE	54	9	9	9	9	9	9	**108**
2.	Martin Števko	Kvarta	GAlejKE	54	9	9	9	8	9	9	**107**
3. – 4.	Samuel Krajči	Kvarta	GAlejKE	53	8	9	9	9	9	9	**106**
	Viktória Brezinová	Kvarta	GAlejKE	53	8	9	9	9	9	9	**106**
5.	Martin Melicher	9. A	ZKro4KE	53	9	9	6	9	9	9	**104**
6. – 7.	Norbert Micheľ	7. A	ZKro4KE	50	9	9	9	9	0	8	**103**
	Frederik Ténai	7. B	ZAngeKE	50	8	9	9	9	-	9	**103**
8. – 9.	Michaela Marčeková	IV. OG	GPároNR	48	9	9	9	9	9	9	**102**
	Filip Csonka	Kvarta	GAlejKE	51	9	9	8	9	7	9	**102**
10. – 11.	Klára Hricová	7. A	ZKro4KE	53	9	0	9	6	9	4	**99**
	Tereza Tódová	IV. OG	GPároNR	51	9	3	9	9	9	9	**99**
12. – 15.	Matej Štencel	7. A	ZŠkolMG	41	8	4	9	9	9	9	**94**
	Michal Masrna	8. B	ZKro4KE	48	8	3	6	8	9	9	**94**
	Radka Bírová	7. B	ZTajoSC	44	9	4	8	6	9	9	**94**
	Samuel Banas	Sekunda	GSNP PN	52	8	5	9	9	2	-	**94**
16.	Soňa Špakovská	7. C	ZTomKe	45	9	3	9	9	9	-	**93**
17.	Lujza Milotová	7. A	ZBrusKE	47	8	3	9	6	9	4	**92**
18. – 19.	Martin Mičko	Kvarta	GAlejKE	44	8	6	8	9	7	9	**91**
	Martin Mihálik	Kvarta	GAlejKE	42	4	9	9	9	9	9	**91**
20. – 22.	Michaela Rusnáková	Sekunda A	GAlejKE	44	9	0	9	6	2	8	**87**
	Tomáš Chovančák	8. B	ZKro4KE	46	9	9	3	9	4	6	**87**

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	CS
	Róbert Sabovčík	8. A	ZKro4KE	43	9	8	8	5	0	9	**87**
23.	Samuel Chaba	Kvarta	GAlejKE	36	8	9	9	8	7	9	**86**
24.	Nina Mizeráková	II. OA	GMudrPO	43	9	2	9	6	5	4	**85**
25. – 26.	Michal Kolcun	Sekunda B	GAlejKE	48	7	0	1	6	9	2	**82**
	Veronika Rabadová	7. B	ZRozhan	38	8	0	8	6	4	9	**82**
27.	Simona Horváthová	7. A	ZKro4KE	42	9	2	9	6	-	4	**81**
28. – 29.	Martin Šalagovič	Kvarta	GAlejKE	36	9	-	8	9	9	9	**80**
	Radovan Lascsák	8. B	ZKro4KE	50	9	2	7	6	4	-	**80**
30.	Lenka Hake	Sekunda B	GAlejKE	43	7	8	9	1	2	1	**79**
31.	Jakub Farbula	Sekunda B	GAlejKE	42	9	3	4	9	1	-	**77**
32. – 35.	Tomáš Feciskanin	Sekunda B	GAlejKE	41	9	1	2	6	-	6	**74**
	Gabriela Genčiová	7. B	ZKro4KE	50	9	2	4	-	-	-	**74**
	Andrea Faguľová	8. A	ZŠkolMG	31	5	7	8	9	3	9	**74**
	Jonáš Suvák	9. A	ZŠmerPO	34	9	4	8	9	4	6	**74**
36. – 37.	Patrik Paľovčík	8. A	ZKro4KE	40	4	8	3	6	-	9	**73**
	Michal Krkoška	7. B	ZKopeHC	44	9	5	1	5	0	-	**73**
38. – 39.	Martin Nemjo	Sekunda A	GAlejKE	36	9	0	3	6	-	9	**72**
	Lenka Kopfová	9.	ZHradCZ	45	9	-	9	-	-	9	**72**
40.	Lívia Knapčoková	Kvarta	GAlejKE	37	9	3	1	6	8	6	**70**
41.	Dominika Toďorová	8. A	ZPetrov	30	8	4	9	5	-	9	**69**
42.	Vratislav Madáč	Kvarta	GAlejKE	36	8	3	9	5	-	5	**66**
43.	Tomáš Miškov	IV. OB	GTr12KE	30	8	8	9	1	3	4	**63**
44.	Dárius Pacholský	8. A	ZKro4KE	26	9	-	9	9	-	9	**62**
45. – 46.	Michal Vorobel	II. OA	GMudrPO	34	8	1	1	5	0	4	**61**
	Simona Sabovčíková	7. B	ZKro4KE	37	8	-	8	-	-	-	**61**
47.	Natália Péliová	7.	ZJeleNH	25	8	0	1	9	5	3	**60**
48.	Ema Morvayová	Kvarta	GLi69SC	32	9	2	2	6	4	4	**59**
49.	Dominika Nguyen	Sekunda B	GAlejKE	36	8	0	0	6	-	-	**58**
50.	Lucia Beňová	7. A	ZRozhan	23	7	2	9	5	0	2	**57**
51. – 52.	Martin Kánássy	7. B	ZKro4KE	35	2	2	2	3	1	6	**56**
	Veronika Chovancová	8.A	ZKlčoNM	28	7	2	1	3	9	5	**56**
53.	Dávid Erdödy	Sekunda B	GAlejKE	31	8	2	1	-	3	-	**53**
54.	Matúš Farkaš	Sekunda A	GAlejKE	31	8	-	-	5	-	-	**52**
55. – 56.	Benjamín Mravec	8. B	ZKro4KE	34	7	4	1	5	0	0	**51**
	Matej Tarča	8. B	ZKro4KE	36	8	-	1	6	-	-	**51**
57.	Erik Berta	Kvarta	GAlejKE	28	9	4	1	-	4	-	**46**
58.	Martin Budjač	8	ZSkoSnB	32	4	4	1	4	0	0	**45**
59.	Diana Nátanová	9. A	ZSBadin	25	8	-	3	6	-	-	**42**
60.	Rebecca Mrvečková	7. B	ZMartZA	25	8	-	-	-	-	-	**41**
61.	Samuel Albrecht	7. A	ZKro4KE	38	-	-	-	-	-	-	**38**
62.	Soňa Liptáková	8. B	ZKro4KE	25	-	3	1	6	2	0	**37**
63.	Marek Čižmár	7. B	ZTomKe	35	-	-	-	-	-	-	**35**
64.	Michal Kavuľa	8. B	ZKro4KE	34	-	-	-	-	-	-	**34**
65. – 67.	Patrícia Baňasová	9. B	ZHvieLY	31	-	-	-	-	-	-	**31**

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	CS
	Martin Albert Gbúr	8. A	ZKro4KE	31	-	-	-	-	-	-	**31**
	Jakub Patrik	8. A	ZKro4KE	20	8	0	1	2	-	-	**31**
68.	Marek Porubský	9.	ZHrdŠU	15	4	0	1	5	0	5	**30**
69.	Simona Vrbová	7. A	ZKro4KE	29	-	-	-	-	-	-	**29**
70. – 72.	Filip Tumidalský	Sekunda B	GAlejKE	28	-	-	-	-	-	-	**28**
	Natália Ivanisková	8. A	ZAngeKE	28	-	-	-	-	-	-	**28**
	Martin Kozák	Tercia B	GAlejKE	28	-	-	-	-	-	-	**28**
73.	Maximilián Herczeg	Sekunda B	GAlejKE	21	-	0	3	0	-	-	**27**
74.	Martina Magdošková	Sekunda A	GAlejKE	24	-	-	-	-	-	-	**24**
75. – 76.	Branko Gomolčák	Sekunda A	GAlejKE	23	-	-	-	-	-	-	**23**
	Veronika Belániová	7.	ZJeleNH	21	-	0	1	0	-	0	**23**
77. – 79.	Adam Barcík	7.	ZSaraLV	20	-	0	1	-	-	-	**22**
	Adam Juríček	7. B	ZTajoSC	22	-	-	-	-	-	-	**22**
	Tomáš Pavlík	Sekunda A	GAlejKE	22	-	-	-	-	-	-	**22**
80. – 81.	Jakub Tinák	7.	ZSaraLV	19	-	-	1	-	-	-	**21**
	Matrin Polyácsko	Sekunda B	GAlejKE	13	-	4	0	-	0	-	**21**
82. – 83.	Ľubomír Szojka	7. A	ZSaraLV	18	-	-	-	-	-	-	**18**
	Jakub Vertaľ	7. B	ZKro4KE	18	-	-	-	-	-	-	**18**
84.	Juraj Roman	Tercia B	GAlejKE	8	-	-	0	9	0	-	**17**
85.	Marek Vaško	9. B	ZMukaPO	10	4	0	1	-	-	-	**15**
86.	Daniel Šolc	8. A	ZAngeKE	14	-	-	-	-	-	-	**14**
87. – 89.	Matúš Dorčák	1. AB	GTr12KE	13	-	-	-	-	-	-	**13**
	Martin Čorovčák	Tercia B	GAlejKE	13	-	-	-	-	-	-	**13**
	Peter Mentel	7.	ZHrdŠU	13	-	-	-	0	0	0	**13**
90.	Šimon Juhás	9. A	ZKro4KE	12	-	-	-	-	-	-	**12**
91. – 92.	Rajmund Šendula	7.	ZHrdŠU	9	-	-	-	-	-	-	**9**
	Helena Kislerová	9.	ZBrančNR	9	-	-	-	-	-	-	**9**
93.	Dávid Stripaj	9. A	ZKro4KE	8	-	-	-	-	-	-	**8**
94.	Lenka Hamarová	7.	ZJeleNH	7	-	-	-	-	-	-	**7**
95.	Matúš Hadžega	Sekunda B	GAlejKE	6	-	-	-	-	-	-	**6**
96. – 97.	Patrik Mentel	7.	ZHrdŠU	5	-	-	-	0	0	0	**5**
	Kristína Šedovičová	7. B	ZKro4KE	5	-	-	0	-	-	-	**5**
98.	Natália Sýkorová	7. B	ZSaraLV	2	0	0	-	-	-	0	**2**
99. – 106.	Matej Macko	7. A	ZŠkolMG	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Katarína Lacková	8.	ZŽdaňa	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Lazár Banda	5.	ZSaraLV	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Erik Scholcz	9. C	ZHutnSN	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Marcela Mikulcová	7.	ZHrdŠU	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Jakub Dzurenda	7. A	ZŠkolMG	0	0	0	0	0	0	0	**0**
	Miloš Harmady	5.	ZSaraLV	0	-	-	-	-	-	-	**0**
	Samuel Paľo	9. D	ZOkruMI	0	-	-	-	-	-	-	**0**



Za podporu a spoluprácu ďakujeme:

Projekt podporila Nadácia pre deti Slovenska z fondu Hodina deťom

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 3 • Zimná časť 28. ročníka (2014/15) • Vychádza 5. decembra 2014
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`