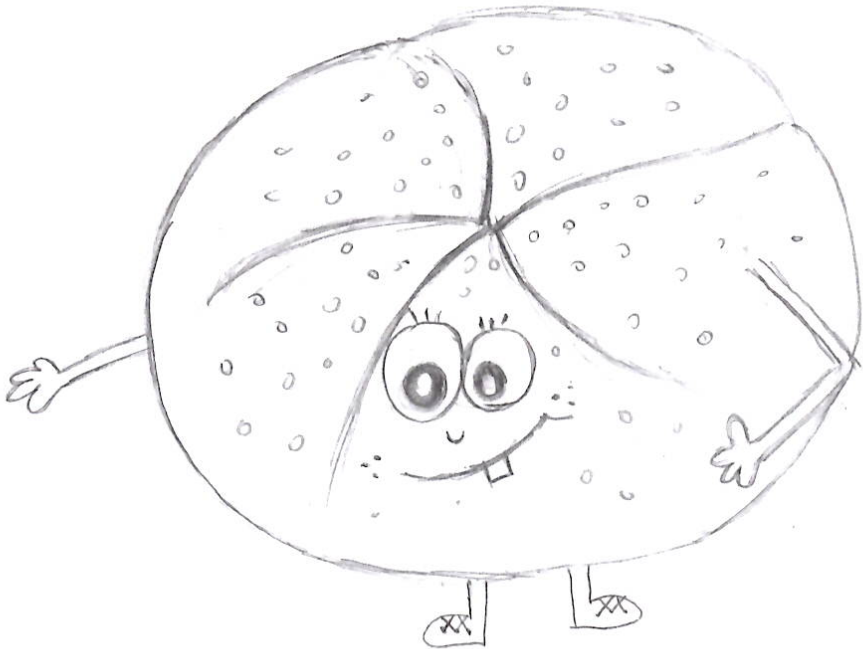


# MATIK

Číslo 4 – Ročník 33

[matik.strom.sk](http://matik.strom.sk)



## Ahojte!

Čas sústredení plných zábavy a zážitkov sa skončil. A kým sa nenaplní čas opäť zbalit kufre a dať na týždeň zbohom škole, pripravili sme pre vás niekoľko úloh, aby ste sa nenudili. Veď bez práce nie sú koláče. Preto šup šup, schmatni pero a rozum a vyhraj riešiť. Tešíme sa na vaše riešenia i na sústredenie s vami.

Vaši milovaní vedúci *MATIK*a

## Ako bude

### *Tábor mladých matematikov*

Aj toto leto môžeš stráviť týždeň plný zábavy s kamarátmi a super vedúcimi na Táboře mladých matematikov. Môžeš sa tešiť na neopakovateľný program, zábavne podanú matiku a príjemnú spoločnosť.

TMM sa bude konať 16. – 23. augusta v Penzióne pod Sitnom na Počúvadlian-skom jazere a je určené pre budúcich siedmakov až budúcich druhákov na strednej škole. Kompletné informácie aj prihlasovanie nájdeš na našej stránke. Nenechávaj si prihlásenie na poslednú chvíľu, lebo počet miest je obmedzený. Tešíme sa na teba.

### *Zimný výlet*

Len pred chvíľou sa minul Valentín, nuž a my by sme vám z lásky radi podarovali opäť ďalší výlet! Preto, ak si pripravený zažiť kúsok dobrodružstva, užij si deň s priateľmi a dobre sa najesť, príď ráno 1. marca o deviatej na železničnú stanicu do Košíc. Odtiaľ sa vyberieme vlakom o 9:27 do Margecian, kde sa môže naše dobrodružstvo začať. Ak ti viac vyhovuje prísť priamo do Margecian, môžeš, my budeme v Margecianoch o desiatej, tak ideálne príď tak, aby sme ťa príliš dlho nečakali. Predpokladaný návrat je o 18:00. Nezabudni si kúpiť lístok na vlak, priniesť si veľa dobrej nálady a kopy jedla. Tešíme sa na teba.

Tvoji *MATIK*vedúci <3

## 2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnosprospešným organizáciám, ako sme my (dokonca niektorí až 3%).

Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústreďeniach...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdalenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cielavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie,

čo vám dáva riešenie úloh semináru a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispievajú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia <https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/> a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj na e-mailovej adrese [info@strom.sk](mailto:info@strom.sk).  
Ďakujeme!

## Pravidlá súťaže

### Priebeh

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov siedmeho až deviatego ročníkov základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší. *MATIK* prebieha korešpondenčnou formou – počas zimnej aj letnej časti dostaneš dve série po 6 úloh, ktoré vyjdú naraz v septembri a vo februári. Riešenia tých úloh, ktoré sa ti podarí vyriešiť, a tých, kde prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu alebo nahraj pod svojím profilom na našej webovej stránke. My ich opravíme a obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš správne riešenia a poradie, dostaneš do školy alebo nájdeš na našej webovej stránke. A ak sa budeš snažiť a skončíš medzi najlepšími, môžeš sa tešiť na 6-dňové sústredenie v peknom prostredí nabité zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Zúčastňujú sa ho riešitelia korešpondenčných sérií na základe poradia po sériách danej časti ročníka.

### Registrácia

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je jednou z aktivít národného projektu IT Akadémiá – vzdelávanie pre 21. storočie ([itakademia.sk](http://itakademia.sk)). Skôr, ako odošleš prvé príklady, je preto potrebné, aby si sa na túto aktivitu prihlásil.

Ak si sa zapojil do niektorej z našich aktivít v rámci národného projektu, tak už máš konto na portáli [registracia.itakademia.sk](http://registracia.itakademia.sk). V takomto prípade stačí, ak sa prihlásiš na aktivitu Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* na tomto portáli. Ak ešte nie si registrovaný v projekte, vyplň nám kontaktné údaje v dotazníku, ktorý nájdeš na stránke seminára, a my ti konto vytvoríme.

Registrácia je povinná, ak chceš, aby tvoje riešenia boli opravené. Vďaka tomu, že seminár je jednou z aktivít projektu, sú všetky aktivity v rámci neho pre teba bezplatné, a tak, ak sa budeš snažiť, budeš sa môcť zúčastniť sústredenia v Danišovciach bezplatne a pre najlepších troch riešiteľov sú pripravené knižné poukážky.

S registráciou nech ti pomôžu rodičia alebo učiteľ v škole. V prípade, že máš ty alebo majú tvoji rodičia, prípadne učiteľia, akékoľvek otázky k registrácii, neváhajte nás kontaktovať e-mailom na [sutaze@itakademia.sk](mailto:sutaze@itakademia.sk).

### Prihlásenie

Prihlásenie do semestra prebieha online, na našej webovej stránke [matik.strom.sk](http://matik.strom.sk). Ak si novým riešiteľom alebo ešte nemáš vytvorený účet, zaregistruj sa a vyplň povinné údaje v užívateľskom profile. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole (prázdniny...), v prípade pozývania na sústredenie, a tiež, aby sme ňa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti semináru. Na tejto stránke nájdeš takisto svoje opravené a obodované riešenia,

ak si ich poslal elektronicky.

Prihláška (vyplnenie profilu) je povinná pre všetkých riešiteľov.

### ***Bodovanie***

Za správne vyriešenú úlohu získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

- **deviataci, kvarta:** všetky vyriešené úlohy,
- **ôsmaci, tercia:** päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh,
- **siedmaci, sekunda:** päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh.

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

### ***Príklad***

Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3 body, 2, 4, 1, 5 a 4. Vlado potom získal  $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$  bodov, Jaro  $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$  bodov a Marcel  $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$  bodov. Jasné, nie?

### ***Riešenia po termíne***

Ak svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. Za oneskorenie ti však strhneme body. Body sa udeľujú podľa dĺžky omeškania:

- **do 24 hodín:** 2/3 bodov zaokrúhlené nahor,
- **viac ako 24 hodín a do štyroch dní:** 1/2 bodov zaokrúhlené nahor,
- **viac ako štyri dni:** riešenie neopravujeme.

Výnimočne môžeme body za riešenie neznížiť.

### ***Odpisovanie***

Body sa, samozrejme, bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

### ***Ako písať riešenie***

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a nikomu ani nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní prepisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **tvoje meno, triedu a školu a číslo úlohy**. Riešenia posielať

na adresu:

**Združenie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.**

Pod odosielateľa uveď výrazne „*MATIK*“.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať na našej webovej stránke `matik.strom.sk`. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20:00. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odovzdania, či už budeš riešenia posilať poštou, alebo nahrávať na našej stránke (za oneskorenie ti **strhneme body**). V prípade technických problémov na našej strane posielajte riešenia na e-mailovú adresu `riesenia@strom.sk` s predmetom *MATIK* vo formáte PDF (každý príklad v samostatnom súbore) najneskôr v deň termínu série do 20:00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený. (Pozor na to, že maximálna veľkosť mailu je 10MB.)

### ***Webová stránka***

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každom príklade je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadání. Ak ťa zaujíma niečo o našom seminári (tomto alebo o tom pre starších či mladších) alebo by si si len chcel pokecať s kamarátmi či zorganizovať nejakú akciu, tak sa neboj a zapoj sa do debaty na našom webe. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu `matik@strom.sk`.

## Zadania 1. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **6. apríla 2020**

*Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na matik.strom.sk.*

„Aaach, to bolí!“ ozvalo sa z obchodu. Ľudia to nepočuli, pretože nikomu nikdy nezáležalo, ako sa cíti jedlo. Áno, jedlo! Aj jedlo cíti bolesť. Vždy, keď ho krájame, hryzieme a vykonávame s ním iné pre nás dokonalé činnosti. Pre jedlo nie je iba zlé niečo také zažívať, hrozné je sa čo i len tomu prizerieť. Rovnako ako pre chlieb Cézara a jeho pár kamarátov z oddelenia pečiva. Odkedy zaviedli krájačku chleba, každý jeden deň museli počúvať strašidelné výkriky svojich kamarátov. „Ak to budem ešte chvíľu počúvať, asi sa zbláznim!“ štvál sa Cézar na celý obchod. „Presne. A pred týždňom zapli aj krájač šunky!“ sťažovali sa ďalší. Vedeli, že aj oni tak skončia a potom si ich pekne rozporcovaných niekto odnesie preč. A to ešte nevedeli, čo ich čaká potom. Jedného dňa však vošiel do obchodu Jumpy a správal sa veľmi podozriivo.

### Úloha 1

*Pri vstupe do obchodu odovzdal Jumpy všetky svoje peniaze, ktoré mal pri sebe. Pri odchode dostal dvojnásobok odovzdanej sumy, ale potom ešte zaplatil poplatok 24 peňazí. Takto chvíľu vchádzal a vychádzal z obchodu, až kým pred vstupom nezistil, že už nemá žiadne peniaze. Koľko peňazí mohol mať Jumpy na začiatku? Nájdite všetky riešenia, ak sa dajú mať len celé peniaze (neexistujú žiadne čiastkové peniaze ako napríklad polovičné).*

„Pozrite, ide si rovno po nás!“ ozval sa výkrik Kaiserky Kláry. „Rád som vás spoznal,“ začal sa prežehnávať Cézar. V tej chvíli ho schytil Jumpy a na počudovanie ostatných ho vložil do vrecúška na pečivo. „To je super, má ešte šancu!“ kričali všetci od radosti. Všetci vedeli, že Jumpy je ich jediná šanca, ak chceli ujsť barbarskému krájaču na chlieb. „Rýchlo musíme niečo urobiť, aby nás zobral s ním!“ zakričala Taštička Nastička. Vtom začali padať na zem, aby sa k nemu dostali bližšie. „Preboha! Toľko jedla pováľaného po zemi, to takto nemôžem nechať,“ pomyslel si Jumpy hneď, ako si všimol tú skazu, „však tie deti si to aj tak nevšimnú.“

Celou cestou po obchode počúvalo pečivo z každej strany bolestné výkriky. Najhoršie bolo, keď videli, čo ľudia spravili s koláčom v stánku na ochutnávanie.

### Úloha 2

*Obdĺžnikový koláč, ktorý vážil 6 kg, si rozdelili traja ľudia. Najprv koláč rozrezali na dva kusy. Potom jeden z týchto kusov znovu rozrezali na dva kusy. Oba tieto rezy boli rovné. Vznikli takto tri trojuholníky, pričom každý človek si zobral jeden. Jeden z nich mal kúsok ťažký aritmetický priemer hmotností zvyšných dvoch. Koľko vážili kúsky koláča, ak viete, že koláč má všade rovnakú konzistenciu?*

Bolestivé výkriky zrazu ustali. „Kde to sme?“ spýtala sa Kaiserka Klára. „Neviem, nikdy som tu nebol. Zjavne sme prešli cez portál do inej dimenzie,“ zamýšľal sa Cézar.

Počuli iba drkotanie koliesok od košíka. „Zastali sme. Počujete? Určite nás už ide nakrájať!“ zase mala Kaiserka Klára pozitívne reči. „Čuš, lebo nás začujú,“ zahriakol ju Cézár. „Cítite to? Nadvihuje nás!“ A ďalej už videli len tmú...

„Už sme v obilninovom nebi?“ prehovorila po dlhej chvíli do prázdna Taštička Nastička. „Nemyslím...teda neviem, možno,“ snažil sa ju upokojiť Cézár, aj keď mu to veľmi nešlo. Vtom začuli vřzgavý zvuk a videli svetlo. „No, podte, vy suché rožky, nech majú deti čo jesť na raňajky,“ mrmlal si sám pre seba Jumpy. Ako ich tak niesol cez vchodové dvere, všimol si Cézár zaujímavý obraz na stene. „Pozrite, tu je niečo napísané...*POŽIARNY EVAKUAČNÝ PLÁN*...to by sa nám na niečo mohlo hodiť.“ „Načo nám ale je, keď tu chýbajú niektoré údaje?“ poznamenala veľmi milo Klára.

### Úloha 3

*Požiarne evakuačný plán v tvare päťuholníka ABCDE má všetky strany rovnako dlhé a uhly pri strane AB sú pravé. Bod X je priesečník úsečiek AD a BE. Dokážte, že  $|DX| = |BX|$ .*

„Tak to by sme mali. Ešte, že mám rád geometriu,“ nezabudol sa pochváliť Cézár. „Pfff, najhoršia časť matematiky,“ múdro poznamenala Klára, „vidíte, zase nás niekam nesie!“ A mala pravdu. Prešli cez ďalších troje dvere a ocitli sa v úplne inej miestnosti. V miestnosti, do ktorej detská noha nikdy nevstúpila. „Taaaak a teraz vás tu nechám, pokým vás mole neobhryzú, a ráno vás pekne nakrájam...“ ďalej už nebolo Jumpyho počuť pre obrovský výkrik. „Čooooo?“ „Aaaale, si robil srandu určite,“ snažil sa zostať pokojný Cézár. „Prečo by nás potom nenakrájal už v obchode?“ „Lebo jeho nôž je taký ostrý a taký presný, že oproti nemu je krájač chleba úplný amatér,“ ozval sa zrazu hlas z tmy pod stolom. „Denne nakrája pre deti toľko jedla, až je celá doska nasiaknutá krvou padlých.“ „Veru, povráva sa, že už ako malý odtrhával nedozreté ovocie zo stromov a potom s ním robil strašné veci...“ „A vy ste kto?“ celý vystrašený sa spýtal Cézár. „Presne, čo nás tu strašíte!“ štvála sa Klára. „Sme všetko jedlo, čo tu zatiaľ prežilo. Schovávame sa tu v kútoch a tme, aby nás Jumpy náhodou neobjavil,“ depresívnym tónom sa ozval tieň, „a vy, čo tu pohľadávate toľkí?“ Slova sa ujala Klára: „Oni,“ ukázala na ostatných, „ako tí najväčší hrdinovia si povedali, že keď sa skotúlame na zem, Jumpy si nás zoberie a prežijeme. Ale, ako vidno, trošku vám to nevyšlo. Teraz nás nakrájajú a zjedia!“ Tieto slová už Nastička nezvládla a rozplakala sa. „Vidíš, čo si spôsobil?“ začal kričať Cézár, „tvojimi rečami nikomu z nás nepomáhaš. Za trest vypočítaš tento príklad:“

### Úloha 4

*Multikulti číslo je také číslo, ktoré má všetky cifry navzájom rôzne. Ku každému multikulti číslu vieme vytvoriť itlukitlum číslo tak, že otočíme poradie jeho cifier (napríklad 1357 na 7531 alebo 450 na 54). Aké najmenšie a aké najväčšie 5-ciferné číslo môžeme získať sčítaním multikulti a k nemu príslušného itlukitlum čísel?*

„Spokojný? Pečivo si tu nemôže povedať nič bez toho, aby to niekomu prekážalo!“



stále sa štvála Klára. „No dobre, posuňme sa ďalej. Nemohli by ste vyjsť z tieňa a ukázať sa nám, prosím?“ snažil sa profesionálne zvládnuť situáciu Cézár. „Jasné, máme tu ale problém, ktorý nevieme vyriešiť. Jumpy nám tu raz odložil ruletu a nevieme ju obísť. Pomôžete nám?“

### Úloha 5

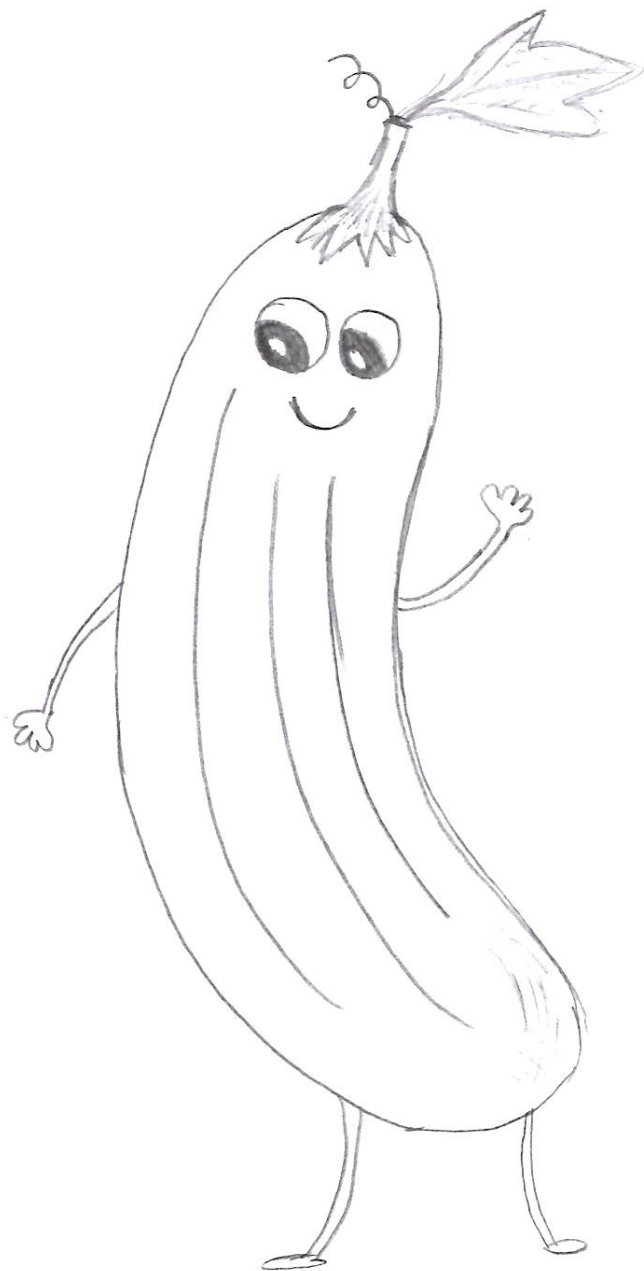
*Pozdĺž kružnice rulety sú napísané v nejakom poradí všetky prirodzené čísla od 1 do 2020 (každé práve raz) tak, že sa pri pohybe po kružnici rulety v smere hodinových ručičiek čísla striedavo zväčšujú a zmenšujú (pre ruletu s číslami od 1 do 4 by mohli byť čísla napísané napríklad v poradí 1, 3, 2, 4). Dokážte, že rozdiel niektorých dvoch po sebe idúcich čísel je deliteľný 2.*

„To nie je ťažké, už to mám,“ povedal Cézár a pošuškal výsledok ďalej. „Skôr, ako vyjdeme, nám musíte nájsť nový úkryt, aby sme neskončili na tanieri.“ „Dobre,“ povedal Cézár a začal hľadať so zvyškom pečiva nejakú dobrú skrýšu v miestnosti, v ktorej sa nachádzali. Zrazu sa jedlo skryté pod stolom hlasno začalo smiať. „Prečo sa smejete?“ spýtal sa Cézár, ktorý práve riešil problém s hľadaním nového úkrytu. „Smejeme sa z vašej neschopnosti,“ odpovedal jeden z hlasov v tieni, „nachádzate sa v kuchyni, čo je pre nás všetkých asi najnebezpečnejšie miesto.“ „Prečo?“ spýtal sa Cézár, ktorý nikdy o kuchyni nič nepočul. „Tu, v kuchyni, Jumpy a jeho kuchárky robia s jedlom tie najhoršie veci. Je to tu naozaj nebezpečné!“ vysvetlil mu ďalší z hlasov. „Čiže musíme nájsť skrýšu v inej miestnosti?“ spýtal sa Cézár. „Áno, ale je tu menší problém. Z kuchyne sa dá dostať iba jednými dverami, lenže tie sú zamknuté, aby sa tu nedostalo žiadne dieťa,“ povedal hlas, „avšak tam nad dverami je pomôcka pre kuchárky, keby zabudli kód.“

### Úloha 6

*Dokážte, že pre každé kladné celé číslo  $n$  platí, že súčin prvých  $n$  kladných celých čísel je deliteľný súčtom prvých  $n$  kladných celých čísel práve vtedy, keď číslo  $n + 1$  nie je nepárne prvočíslo. (To znamená dokázať dve veci. Ak je súčin deliteľný súčtom, tak  $n + 1$  nie je nepárne prvočíslo a, ak  $n + 1$  nie je nepárne prvočíslo, tak súčin je deliteľný súčtom).*

Kým sa Kláre podarilo získať správny kód, jedlo vyšlo bez povšimnutia z tieňa. Väčšina z nich bolo ovocie alebo zelenina. „Ja som Uhorka Uršula a toto sú Špenát Šrac a...“ „Tak na čo čakáme?!“ skríkla Klára. „Podme!“



## Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do 4. mája 2020

„Ja pôjdem prvý,“ povedal odvážne Melón Martin. Nenápadne nazrel, či je niekto na chodbe. „Je noc, všetci asi spia, ale na schodoch sa mihol nejaký tieň.“ Bol to Mihál, ktorý sa takto neskoro v noci ponevierať námesačný po chodbe a snažil sa spomenúť si na mimoňské oblúbené čísla, ktoré mal pripravené na prednášku. „Čo spravíme? Nemôžeme ho obísť. Keby nás uvidel, ugriloval by si nás na panvici!“ povedal Cézár. Vtom sa Mihál otočil a smeroval práve k nim. „Papanieeee! Cítim čerstvý rožtek!“ mrmlal si pre seba. „Mám nápad, ako sa ho zbavíme,“ rýchlo vysvetľoval Špenát Šrac, „musíme nájsť mimoňské oblúbené čísla, na ktoré zabudol. Tým ho privedieme na iné myšlienky.“ „Vela šťastia. Videli ste jeho výraz, keď zacítil jedlo. Prisahám, že som videla slinku, keď mu padala z úst,“ stresovala Kaiserka Klára. „Pokož, počítanie nechajte na mňa. Ja som na to expert,“ pyšne poznamenal Cézár.

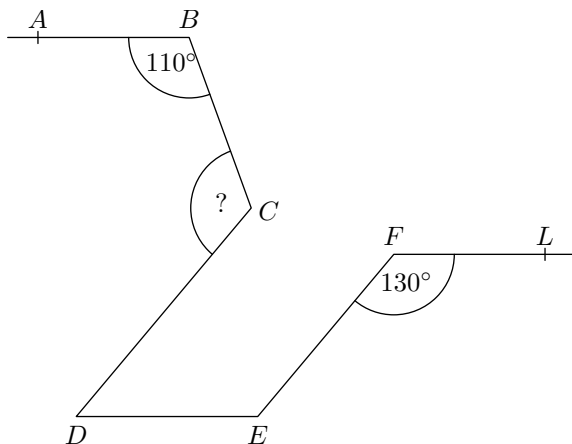
### Úloha 1

Mihál nazýva kladné celé číslo mimoňským oblúbeným číslom, ak sa toto číslo po vynásobení svojím ciferným súčtom zväčší 10-krát. Mihál hľadal mimoňské oblúbené čísla a, keď ich niekoľko našiel, všetky ich medzi sebou vynásobil a vyšlo mu 532. V spánku však zabudol, ktoré čísla našiel. Ktoré čísla to boli, ak viete, že ich bolo viac ako jedno?

Zrazu Uhorka Uršula zakričala niekoľko čísel a Mihál sa otočil opačným smerom. „Hrrrrmm...stačí toto číslo už len...zrrr...“ Ďalej ho už nepočuli, lebo zašiel za roh. Všetko jedlo na Uršulu prekvapene pozrelo. Najviac zarazený bol však Cézár. „Počuli ste, ako tu niekomu splaslo ego?“ zasmiala sa Klára, „nečervenaj sa tak, Cézár. Vyzeráš, akoby ťa pripiekli v pekárni.“ „Toto si si vážne mohla odpustiť,“ už aj Melónovi Martinovi prekážal jej sarkazmus. „Dobre, keď chcete, aby som bola ticho, budem ticho,“ urazila sa Klára. Ešte stále otrášený Cézár sa snažil odbočiť od témy: „Pekne, Uršula...ale teraz by sme mali vymyslieť, ako rýchlo prejdeme chodbu bez povšimnutia. Nejaké nápady?“ Nastalo trápne ticho. „Ja by som možno jeden nápad mala,“ potichučky sa ozvala Uhorka Uršula, „vidíte tamtú dosku s kolieskami? Vyzerá, že by sa mohla hýbať. Keby sme na ňu všetci nasadli, rýchlo prejdeme celú chodbu.“ „Geniálne,“ zvolal Špenát Šrac, „zase si nás zachránila, Uršula. Má to však malý problémik. Síce vieme, ako chodba vyzerá, ale potrebujeme vypočítať uhol, aby sme nenabúrali do steny. Začíname v bode  $A$  a potrebujeme zabočiť pri bode  $C$ .“

### Úloha 2

Body  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$ ,  $L$  sú ako na obrázku. Veľkosť uhla  $ABC$  je 110 stupňov a veľkosť uhla  $EFL$  je 130 stupňov. Priamka  $AB$  je rovnobežná s priamkami  $FL$  a  $DE$  a zároveň je priamka  $CD$  rovnobežná s priamkou  $FE$ . Aká je veľkosť uhla  $BCD$ ?



„Uuuuuu, ideméé!“ kričalo jedlo, ako sa rútilo po chodbe. „Čo to je?“ bolo zrazu počuť odniekiaľ hlas. „Rýchlo, musíme sa schovať!“ a natočili skateboard do najbližších dverí. Ako sa za nimi zatvárali, počuli ešte kroky na chodbe. „Zase nemajú deti večierku. Už sa teším, ako ich potýram ráno na rozcvičke,“ mumlal si niekto. „Fuuuch, striasli sme sa ho, ale bolo to vážne tesné. Nabudúce musíme byť tichšie, aby nás neobjavili,“ šepkal Melón Martin. „No dobre...“ „Takže...“ skočili si do reči Šrac a Cézár. Prekvapene sa na seba pozreli. „Teda...“ „Nuž...“ zase začali rozprávať naraz. Teraz bol však Cézár už trochu našťvaný, že nemá hlavné slovo. Kaiserka Klára pri pohľade na nich dlhšie nevydržala byť ticho a hlasno sa rozosmiala: „Vieš, že keď sa budeš na niekoho škaredo pozerat', neprepáliš mu dve dierky do listu. Aj keď s týmto pohľadom...nuž neviem. O chvíľu ti z neho možno vyšľahnú dva lasere.“ Niekoľko jedla sa potichučky zasmialo a potom zavládlo trápne ticho. Cézár a Šrac sa na seba stále škaredo pozerali. „Fajn, Šrac, podme si zahrať hru. Kto vyhrá, bude mať hlavné slovo na tejto utečeneckej misii.“ Problém bol, že ani jednému nenapadla žiadna hra, ktorú by si mohli zahrať. Našťastie Klára našla na...

### Úloha 3

Na stole sa nachádza 20 pokrových žetónov. Špenát Šrac a Chlieb Cézár hrajú hru, v ktorej sa striedajú v tahoch a Šrac začína. Jeden tah je odhodenie nejakého počtu žetónov. Odhodit' môžu toľko žetónov, koľko si vyberú, ale stále musia odhodit' aspoň jeden a nikdy nemôžu odhodit' naraz viac ako polovicu žetónov, ktoré budú zostávať na stole. Prehráva jedlo, ktoré už nevie spraviť korektný tah. Je možné, aby jedno jedlo donútilo to druhé stále prehrať? Ak áno, ako?

„Ha, vyhral som. Teraz to tu celé budem riadiť ja.“ „Nehral si fér. Videl som tie žetóny pod stolom. Hmm, však sa ti dobre prihadzovali na stôl, keď si prehrával.“ „O čom to hovoríš? Ty si nehorázný klamár.“ A vtedy sa spustila strašná bitka. Omrvinky a listy len tak lietali, pečivo sa nedalo rozoznať od zeleniny. „Pekný šalát z vás je,“

smiala sa Klára. „Ale fakt. Už ich oddelte niekto, lebo skončia horšie ako špenátová polievka.“ Vážne to nevyzeralo celkom priateľsky. Melón Martin našťastie vytiahol svaly a oddelil ich od seba. „Môžete sa prestať biť o to, kto bude mať hlavné slovo?“ hovoril potichu, ale hrozivo. „Takmer ste zobudili celú budovu. Myslím si, že by sa deti potešili, keby našli na zemi pekne naservírovaný chlebič so zeleninou. Toto už nemôžeme riskovať. Odteraz rozprávam prvý vždy ja a žiadne námietky.“ Aj keď mu niektoré jedlo chcelo oponovať, pri pohľade na jeho veľké guľaté telo ich prešla chuť. Predsa len, bol to červený melón. „Vy máte problémy,“ ozvalo sa odniekiaľ. Melón Martin sa poobzeral okolo seba, ale všetko sa zdalo v poriadku. „Určite len hlasy v hlave,“ pomyslel si. „Prečo sa tu vlastne prechádzate? Nemáte byť v kuchyni?“ Klára sa strhla: „Počujete to? Zdá sa mi, že tu niekto hovorí.“ „Aaale čoby. To sa ti len zdá. Ja počujem len chrápanie na tamtých posteliach.“ „Čo musím všetko spraviť, aby ste si ma všimli!“ skríkol cudzí hlas až sa všetci otočili. „Pšššš!“ snažil sa ich utíšiť Melón Martin a ukázal na posteľ. Tá zavýzgala, keď sa na nej niekto pohol. „Zobudíte tie monštrá, čo tam spia. Hovoril som, že musíme dávať pozor. A ty...kto si, že nám rozumieš?“ Jedlo stále netušilo, odkiaľ išiel záhadný hlas. „Som to isté, čo vy, len mám inú podobu. Však uvidíte, ak mi pomôžete z tohto väzenia.“ „Hmm, a kde konkrétne by sme ťa našli?“ zaujímal sa Melón Martin. „Vidíte túto veľkú debnu? Myslím, že sa to volá skriňa. Musíte potiahnuť takou trojuholníkovou vecou v strede, aby sa dvierka otvorili.“ „Som zvedavá, ako to chceme spraviť,“ smiala sa Klára, „keď je trojuholníková vec vysoko a nemôžeme zobudiť tie hebedá, čo spia v posteliach.“ „Hmm, máš pravdu,“ uznal Cézar, „a čo tak zistiť veľkosť tohto zámku, aby sme nikoho nezobudili pri jeho otváraní?“ Melón Martin sa na chvíľu zamyslel a pritakal: „Môžete sa pustiť do toho, Cézar a Šrac, keď už ste takí skvelí vodcovia.“

#### Úloha 4

*Rúčka mala tvar rovnostranného trojuholníka  $ABC$ , kde na strane  $BC$  leží bod  $F$ . Obsah trojuholníka  $ABF$  je trikrát väčší ako obsah trojuholníka  $ACF$  a rozdiel obvodov týchto dvoch trojuholníkov je 5. Určte dĺžku strany trojuholníka  $ABC$ .*

Jedlá poskákali na seba, aby boli vyššie, a Taštičke Nastičke sa podarilo otvoriť dvierka na skrini. Z nej vypadlo svetlomodré vrecúško. „Auuu, pomôžte mi!“ ozývalo sa z neho. „Neviedela som, že aj vrecúška vedia rozprávať,“ usmiala sa na svojej poznámke Klára, „ukáž, pomôžem ti.“ Chvíľu to trvalo, ale nakoniec sa im podarilo záhadný hlas vyslobodiť. „Achhh!“ zhíkol Cézar pri pohľade na stvorenie pred nimi. „Čo sa ti stalo? Vyzeráš, akoby...akoby po tebe buchli kladivom.“ Na Cézarovi bolo vidieť znechutenie. Melón Martin sa na neho škaredo pozrel, ale ďalej jeho správanie neriešil: „Si v poriadku? Kto vlastne si?“ Stvorenie sa na nich smutne pozrelo: „Som Snehulka Julka a tieto obaly okolo boli moji kamaráti“ Snehulka Julka to nezvládla a rozplakala sa. Každý sa smutne poobzeral po bielych obaloch okolo seba. Kaiserka Klára k nej prišla a objala ju. „Kto bol taký barbar, že mohol niečo také spraviť?“ Julka sa na ňu smutne pozrela, párkrát sa hlboko nadýchla a pokračovala: „Ludia,

čo spia tam hore, na nás zaútočili. Pekne po jednom nás každého zvliekli z obalu a zjedli...Smrk...Nakoniec som zostala len ja...Smrk...Bola som príliš popučená, aby ma chceli...Smrk...a nikomu sa nechcelo vyhadzovať vrecúško...“ Jedlo vyzeralo ešte zdesenejšie. Uvedomilo si, čo ho môže čakať, ak neujde. „Neboj, my ti pomôžeme,“ upokojovala ju Klára, „my utekáme preč z tejto budovy hrôzy. Môžeš ísť s nami.“ „Bodaj by som mohla. Ja som však nebola v jedinom vrecúšku cukríkov v tejto budove. Je ich tu oveľa viac. Každé dieťa sa tu vyžíva v trýznení jedla. Nemôžem odísť, kým im nepomôžem!“ Melón Martin sa zamyslel a poškrabal po brade: „Znieš síce ako budúca sociálna pracovníčka, ale radi ti pomôžeme. Však to nemôže byť také ťažké.“ „Keby to bolo také ľahké, už dávno by to bol niekto spravil. Nikto sa zatiaľ neodhodlal kvôli...“ Nedopovedala pre hypnotický kruh pred nimi.



### Úloha 5

Na obode hypnotického kruhu je vyznačených šesťdesiat bodov, z ktorých tridsať je zafarbených načerveno, dvadsať je zafarbených namodro a desať je zafarbených nazeleno. Tieto body rozdeľujú kružnicu na šesťdesiat oblúkov. Každému z týchto oblúkov je pridelené číslo podľa farieb jeho koncových bodov: oblúku medzi červeným a zeleným bodmi je priradené číslo 1, oblúku medzi červeným a modrým bodmi je pridelené číslo 2 a oblúku medzi modrým a zeleným bodmi je priradené číslo 3. Oblúk medzi dvoma bodmi rovnakej farby je označený číslom 0. Aký je najväčší možný súčet všetkých čísel priradených oblúkom?

„Aaaaa, spíte!“ bolo posledné, čo počuli. Pred tvármi sa im mihla čelenka z trávy a potom videli len tmú...

„Aach, dobré ráno! Sa mi sníval taký sen...“ Klára sa poobzerala okolo seba, „tak to asi nebol sen. Uf, teda skôr nočná mora. Heeej, vstávajte!“ Trochu jedla sa pretočilo.

„VSTÁVAJTE!!!“ ozval sa doteraz neznámy strašidelný hlas. Všetci sa prelaknuto zobudili. Zjavila sa pred nimi skupina divne vyzerajúceho jedla. Všetci mali v očiach vražedné pohľady. Hlavy im obopínali šatky vyrobené z listov hlávkovej kapusty. Na ich čele stál Banán Barbar. „Vitajte medzi nami, naša nová potrava,“ riekol zastretým hlasom. „Ako sa darí? Snažili ste sa ujsť, čo? Hach, toto vám len tak nevyjde!“ Všetko jedlo vyzeralo zhrozene, iba Kaiserka Klára prekrútila očami. „Čo sa to tu deje?“ spýtala sa. „Tak sa pozeraj!“ povedal Barbar a prudko natočil jej hlavu smerom na stenu. Najprv nechápala, čo sa deje. Na stene bola zavesená pizza. Z ničoho nič do nej vletela malá čučoriedka. „Aauu!“ ozvala sa pizza. Toto sa rýchlo zopakovalo niekoľkokrát po sebe.

### Úloha 6

*Strelec cvičil strelbu na pizzu. V strede pizze bolo koliesko klobásky a zvyšok pizze bol pokrytý syrom. Strelec vystrelil dvadsaťkrát. Keď sa trafil do klobásky, získal 30 bodov, keď sa trafil do časti, kde je syr, získal 18 bodov, a ak trafil okraj pizze, získal 6 bodov. Mohlo sa stať aj to, že sa do pizze ani netrafil, a potom nezískal žiaden bod. Na svojom celkovom skóre si všimol, že jeho priemerný bodový zisk za trafenie sa do pizze je 17 bodov (strely mimo pizze do priemeru nepočítal). Koľko najviac mohol streliť bodov?*

„Čo?! Čo to robíte?“ nechápal Cézar. „Trestáme jedlo, ktoré sa snažilo utiecť z ubytovne. A na vás sme si pripravili niečo špeciálne...“

**Autori úloh:** Viktória Brezinová, Jakub Genčí, Martin Masrna, Martin Mihálik, Kristína Mišlanová, Daniel Onduš, Žaneta Semanišínová, Martin Števko



**Názov:** *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár  
Číslo 4 • Február 2020 • Letný semester 33. ročníka

**Internet:** [matik.strom.sk](http://matik.strom.sk)

**E-mail:** [matik@strom.sk](mailto:matik@strom.sk)

**Organizátor:** Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,  
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice  
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

*Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.*



Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje