

KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

Číslo 4 – Ročník 36

matik.strom.sk



Ahoj!

Práve sa Ti dostal do rúk časopis *MATEMATIKA*! Je to matematický seminár, vďaka ktorému sa na konci polroka môžeš dostať preč zo školy na celý týždeň, počas ktorého zažiješ kopec zábavy a zaujímavých hier. Ak si siedmak, ôsmak alebo deviatak, je presne pre Teba! Stačí vyriešiť dvanásť (či toľko, koľko dokážeš) nevšedných úloh, ktorých riešenie nám pošleš dvakrát za polrok, my ich opravíme, a ak budú dostatočne dobré, môžeš očakávať zážitky ako nikdy predtým. V tomto časopise nenájdeš len spomínané úlohy, ale aj pravidlá. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

vedúci *MATEMATIKA*

2% z daní

Aj tento rok je možné venovať 2% (v niektorých prípadoch dokonca až 3%) daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my.

Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústreďeniach...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia <https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/> a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na info@strom.sk.

Ďakujeme!

Pravidlá súťaže

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov 7. až 9. ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií a 1. ročníka päťročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší žiaci, v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako siedmci.

Každý ročník pozostáva z dvoch semestrov – zimného a letného – ktoré sú zakončené matematickým sústredením pre najlepších riešiteľov. Jeden semester sa skladá z dvoch sérií, z ktorých každá obsahuje 6 úloh spravidla zoradených od najľahšej po najťažšiu.

Registrácia

Registrovať do semestra sa vieš vytvorením profilu na našej webovej stránke. Následne si vyplníš povinné údaje v užívateľskom profile – Aktualizovať profil v sekcii Správa účtu. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole, v prípade pozývania na sústredenie a tiež, aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti semináru. Prihláška je povinná pre všetkých riešiteľov semináru. Na tejto stránke nájdeš aj svoje opravené a obodované riešenia, ak si ich posielal elektronicky.

Aby sme ti celý proces registrácie a vyplnenia profilu na našej stránke uľahčili, vytvorili sme na stránke seminar.strom.sk/media/uploads/navod.pdf jednoduchý návod.

Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a ani nikomu nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, **nestačí**. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Slovom rozhodne nešetri. Nezabúdaj, že ak má byť tvoje riešenie matematicky správne, tak musí obsahovať **presné výpočty**, takže čísla, s ktorými počítáš, nemôžu byť zaokrúhlené (napr. ak použiješ kalkulačku, ktorá každú hodnotu spočíta len na určitý počet desatinných miest) alebo odmerané pravítkom. Zároveň opravovateľ musí **vedieť skontrolovať** tvoje riešenie za **primeraný čas**, takže priložiť 100 000 možností vypísaných počítačom nemôžeme ohodnotiť plným počtom bodov.

Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne *MATIK*.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou založeného účtu na našej webovej stránke matik.strom.sk. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20.00. Dbaj na presné dodr-

žanie termínu odovzdania, či už budeš riešenia posielat poštou, alebo nahrávať cez web (za oneskorenie ti budeme strhávať body). V prípade technických problémov na našej strane posielať riešenia na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk s predmetom *MATIK* vo formáte PDF (každé riešenie v samostatnom súbore) najneskôr v deň termínu série do 20.00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený.

Bodovanie

Bodovanie úloh závisí od správnosti a kvality riešenia a za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžeš získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh, preto sa neboj poslať aj svoje neúplné riešenia. Ak budú obsahovať dobré nápady, radi ti za ne dáme nejaké body.

Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

- **deviataci, kvarta, prváci na päťročnom gymnáziu:** všetky vyriešené úlohy,
- **ôsmaci, tercia:** päť najlepšie vyriešených úloh plus štvrtý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh,
- **siedmaci, sekunda:** päť najlepšie vyriešených úloh plus druhý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh.

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmci.

V prípade, že nie si spokojný s bodovým ohodnotením svojho riešenia, môžeš nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia mailom na adresu matik@strom.sk zaslať sťažnosť a tá bude prešetrená.

Príklad

Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 3 = 21$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 4 = 22$ bodov. Jasné, nie?

Riešenia po termíne

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhne body. Body sa strhávajú podľa dĺžky omeškania nasledovne.

- Do 24 hodín: udeľujeme $2/3$ bodov zaokrúhlené nahor.
- Viac ako 24 hodín a do štyroch dní: $1/2$ bodov zaokrúhlenú nahor.
- Viac ako štyri dni: riešenie neopravujeme.

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

Odpisovanie

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

Webová stránka

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každej úlohe je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu matik@strom.sk.

Sústredenie

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Sústredenie je určené najmä pre siedmakov až deviatakov na základných školách (a žiakov zodpovedajúcich ročníkov na viacročných gymnáziách), mladší žiaci môžu byť pozvaní ako náhradníci. V prvom rade sú pozvaní víťazi Lomihlava a tí riešitelia *MATIKa*, ktorí získali v semestri aspoň 30 bodov. Ďalší účastníci sú pozývaní podľa poradia Lomihlava. V prípade nízkeho počtu riešiteľov je možné pozvať na sústredenie aj riešiteľov z minulého semestra podľa poradia alebo riešiteľov, ktorí nedosiahli hranicu 30 bodov.

Účasť na sústredeňí je podmienená účasťou na celej dĺžke trvania sústredenia. O prípadnú výnimku je nutné požiadať kontaktnú osobu e-mailom alebo v prihlasovacom formulári. Kontaktná osoba túto žiadosť posúdi a v čo najbližšom čase zašle odpoveď. V prípade porušenia tejto podmienky môžu organizátori účastníka nepozvať na najbližšie sústredenie.

Zadania 1. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do 27. marca 2023

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na matik.strom.sk.

Úloha 1

Nefertiti stratila účtovnú knihu a chcela zistiť, koľko peňazí minula za posledný mesiac. Nepamätala si konkrétnu sumu, ale vedela o nej povedať nasledovné:

- suma bolo kladné celé číslo deliteľné 8
- ciferný súčet sumy bol 7
- ciferný súčin sumy bol 6

Nájdite všetky možné sumy peňazí, ktoré mohla Nefertiti minúť za posledný mesiac a ukážte, že ďalšie neexistujú.

Úloha 2

Nefertiti si kúpila obraz, ktorého rám bol trojuholník zložený z paličiek. Paličky mali dĺžky a, b, c , pričom $a < b < c$. Následne každú z paličiek rozdelila na polovicu, čím jej vzniklo 6 kratších paličiek. Z týchto kratších paličiek chce vybrať 3, ktoré budú tvoriť strany nového trojuholníka.

Koľko najmenej a koľko najviac navzájom rôznych trojuholníkov môže viesť z týchto 6 paličiek poskladať? (Paličky rovnakej dĺžky považujeme za identické.) Nezabudnite dokazať, že menej alebo viac rôznych trojuholníkov nemôže viesť poskladať.

Úloha 3

Veštica Hatsuk mala víziu. Nebola si istá, či je pravdivá, a preto si ju chcela overiť. Vo vízii videla celé kladné číslo, ktoré má práve 10 celých kladných deliteľov, pričom tieto delitele majú navzájom rôzne posledné cifry. Existuje nejaké takéto číslo? Ak áno, nájdí všetky čísla s touto vlastnosťou. Ak nie, prečo?

Úloha 4

Kupec potreboval očíslovať svojich 14 tiav. Chcel ich očíslovať celými kladnými číslami idúcimi za sebou, kde každé z týchto čísel je deliteľné aspoň jedným z čísel 2, 3, 5, 7, 11. Vedel ich takto očíslovať? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?

Úloha 5

Strýko Tutanchamon si dal postaviť záhradu v tvare trojuholníka KLM , v ktorom ležia body A a B na stranách KL a KM tak, že trojuholníky KLM , MLA a LBM

sú podobné. Dokážte, že ak sú priamky LM a AB rovnobežné, tak trojuholník ABK je rovnoramenný.

Úloha 6

Nefertiti a Tutanchamon si v záhrade zahrali hru. Hrali ju na šachovnici s rozmerom $m \times n$, kde m aj n sú kladné celé čísla. Hru začína Nefertiti a zafarbí ľubovoľné políčko. Potom vždy hráč, ktorý je na ťahu, zafarbí nejaké ešte nezafarené políčko, ktoré s posledným zafarbeným políčkom susedí stranou. Prehráva ten, kto už nevie urobiť žiaden ťah. Kto z nich má víťaznú stratégiu v závislosti od (m, n) ? Ako táto stratégia vyzerá?



Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do 24. apríla 2023

Úloha 1

Astronomička Astarte pozorovala hviezdy, keď zrazu uvidela zvláštny útvar. Tvoril ho trojuholník ABC taký, že veľkosť uhla pri vrchole A bola 80 stupňov. Os tohto uhla prešla stranu BC v bode D a dĺžka AD bola 7. Aká je dĺžka strany AC , ak výška z bodu C na stranu AB zvierá so stranou CB 60 stupňov?

Úloha 2

V hlavnom paláci sa mení podlaha. Máme sadu tromina - dlaždice sú tvorené tromi štvorcovými dielikmi zlepenými na stranách buď do tvaru písmena L alebo do tvaru písmena I . Naším cieľom je tieto dlaždice poskladať tak, aby tvorili štvorce. Najviac koľko štvorcov s rôznymi dĺžkami strán môžeme naraz postaviť s použitím najviac 1000 dlaždíc?

Úloha 3

Stavitelia pyramídy sa rozhodli podpísať sa do hrobky svojimi obľúbenými číslami. Prvý stavitel napísal žltou kriedou prirodzené trojciferné číslo tvorené navzájom rôznymi nenulovými ciframi. Potom druhý stavitel na hrobku bielou kriedou vypísal všetky ďalšie trojciferné čísla, ktoré možno získať zmenou poradía cifier žltého čísla. Potom podčiarkol každé číslo, ktoré bolo menšie ako žlté číslo. Podčiarknuté čísla boli práve tri a ich aritmetický priemer bol 205. Aritmetický priemer všetkých čísiel na hrobke bol 370. Určite hodnotu žltého čísla.

Úloha 4

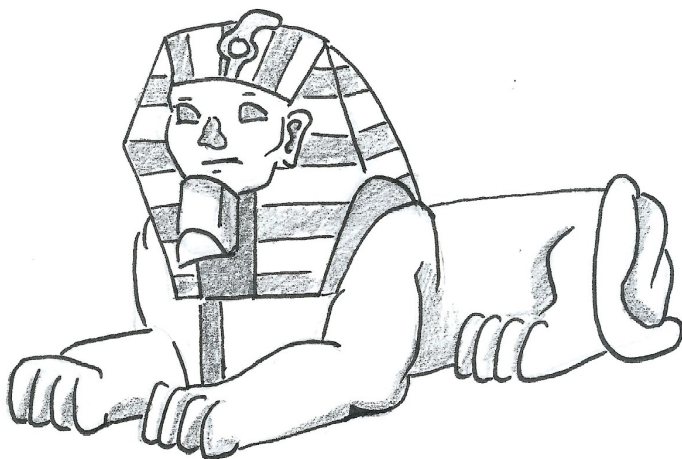
Na večierok na Níle prišlo niekoľko párov, pričom pár vždy tvoril muž a žena. Hlavný bubeník spočítal, koľkými rôznymi spôsobmi mohol tancovať nejaký muž s nejakou ženou a výsledok zapísal na papyrus. Potom spočítal, koľkými spôsobmi mohli tancovať osoby rovnakého pohlavia a výsledok zapísal na papyrus. Po chvíli z večierku odišli 3 páry a hlavný bubeník postup zopakoval. Takto boli na papyruse napísane 4 čísla, pričom jedno z nich bolo 100. Aké boli zvyšné 3 čísla? Nájdite všetky možnosti a dokážte, že žiadne iné nie sú.

Úloha 5

Tanečnica Olympia si dala vytetovať trojuholník ABC . Na strane BC ležia body D a E tak, že $|BD| = |CE|$. Označme M stred úsečky AD . Dokážte, že priamka ME vždy prechádza ťažiskom trojuholníka ABC , bez ohľadu na polohu bodov D a E .

Úloha 6

Dokážte, že ak je na štvorcovom námestí so stranou dlhou 35 kilometrov ľubovoľne umiestnených 51 ľudí, potom možno niektorých troch spomedzi nich pokryť kruhom s polomerom 5 kilometrov.



Názov: MATIK – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 4 • December 2022 • Letný semester 36. ročníka

Web: matik.strom.sk

E-mail: matik@strom.sk

Riešenia: Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese riesenia@strom.sk

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.