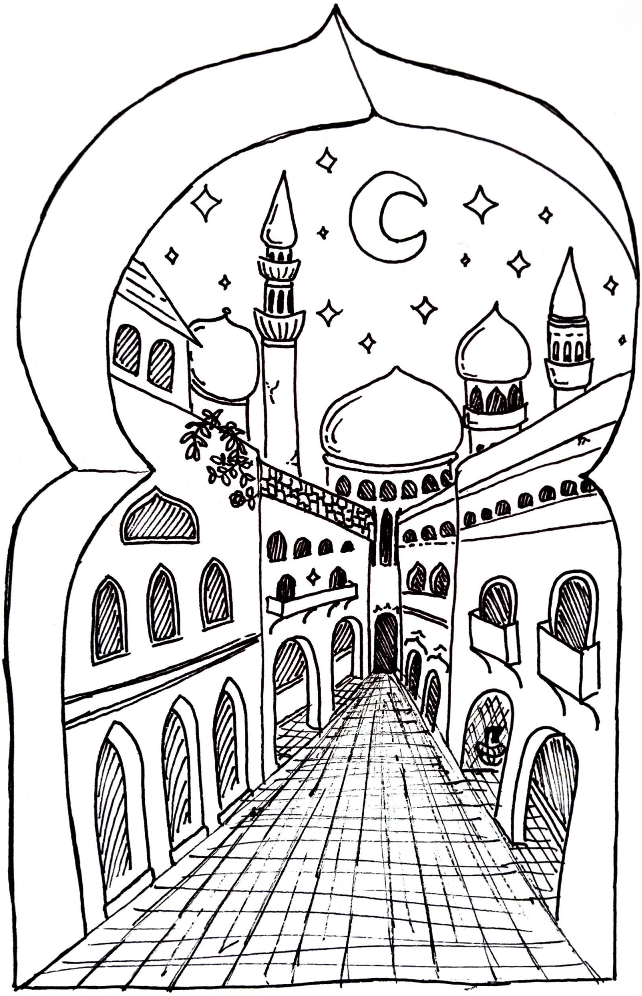
Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

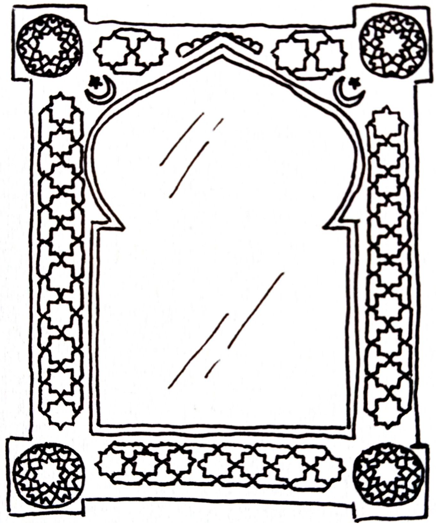
Číslo 2 – Ročník 38 matik.strom.sk



Ahoj!

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie *MATIK*a, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame tvoje ďalšie riešenia!

vedúci *MATIK*a



Vzorové riešenia 1. série úloh zimného semestra

1

opravovali: **Nina Anna Betáková** a **Evka Krajčiová**

najkrajšie riešenia: Nelly Hašková a Adela Polomská

63 riešení

Zadanie

Aradin a Tymiána hrajú hru, v ktorej je 5 kariet s číslami od 1 do 5, každé práve raz. Každý z nich si potiahne jednu kartu s číslom, ktorú vidí len on sám. Po potiahnutí kariet prebehla nasledujúca diskusia:

- Tymiána: „Neviem, koho číslo je väčšie.“
- Aradin: „Ani ja neviem, koho číslo je väčšie.“
- Tymiána: „Tak potom už viem, že tvoje číslo je väčšie.“

Aké číslo má Tymiána a aké Aradin? Nájdite všetky riešenia.

Riešenie

Poďme si úlohu vyriešiť postupne po výrokoch:

Prvý výrok: Keď Tymiána povedala, že nevie, koho číslo je väčšie, znamená to, že nemohla mať číslo 1 ani číslo 5. Keby mala 1, vedela by, že jej číslo je najmenšie, a keby mala 5, vedela by, že jej číslo je najväčšie. Preto Tymiána mohla mať čísla 2, 3 alebo 4.

Druhý výrok: Aradin takisto povedal, že nevie, koho číslo je väčšie. Z toho vieme, že ani on nemohol mať číslo 1 ani 5. Navyše nemohol mať číslo 2 ani číslo 4, pretože keby mal číslo 2, vedel by, že jeho číslo je menšie ako Tymiánine, keďže Tymiána mohla mať iba 3 alebo 4. Keby mal číslo 4, vedel by, že jeho číslo je väčšie ako Tymiánine, pretože Tymiána mohla mať len 2 alebo 3. Z toho vyplýva, že Aradin musel mať číslo 3.

Tretí výrok: Keď Tymiána povedala, že teraz už vie, že Aradinovo číslo je väčšie, znamená to, že musela mať číslo 2.

Na základe týchto úvah je jediné možné riešenie v súlade so zadaním: Tymiána má číslo 2. Aradin má číslo 3.

Komentár

Mnoho z vás z druhého tvrdenia vyvodilo len, že Aradin nemohol mať čísla 1 ani 5. Niektorí ste síce určili, že na to, aby Tymiána vedela, že má najmenšie číslo, musí mať 2, ale pre Aradina vám ostali 2 možné riešenia. Iní ste Tymiánino číslo neurčili, a tak vám ostali 3 možné riešenia. Preto vám po vyriešení každej úlohy odporúčame spraviť si dôkladnú skúšku správnosti, ktorá by vám z možných riešení vyčlenila tie naozaj správne. Totiž to, že správne určíte, že niektoré riešenia nevyhovujú zadaniu, ešte nehovorí, že ostatné vyhovujú.

2 opravovali: **Sofka Sotáková** a **Kubo Genči** 50 riešení
najkrajšie riešenie: Jakub Katrák

Zadanie

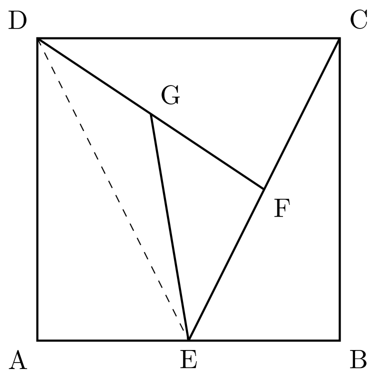
Abum si z koberca vyrezal štvorec $ABCD$ so stranou dlhou 8 cm. Stred strany AB si označil ako E a následne zo štvorca odstrihol trojuholník BCE. V novovzniknutom útvare si označil stred strany CE ako F a z útvaru odstrihol trojuholník CDF. Napokon si označil stred strany DF ako G a z útvaru odstrihol trojuholník EFG. Vypočítajte obsah výsledného útvaru, ktorý Abum získal.

Riešenie

Jednou z metód riešenia tejto úlohy je, že si obsah štvoruholníka $AEGD$ zistíme odčítaním obsahov odstrihnutých častí koberca.

Obsah štvorca $ABCD$ je $8 \cdot 8 = 64\,\mathrm{cm}^2$. Obsah trojuholníka vieme vypočítať ako $a \cdot v_a/2$. Obsah trojuholníka EBC bude $8 \cdot 4/2 = 16\,\mathrm{cm}^2$.

Po dokreslení úsečky DE vznikne rovnoramenný trojuholník ECD so základňou DC. Tento trojuholník je rovnoramenný, pretože bod E je rovnako vzdialený od C a D, keďže je stredom AB. Pretože CD má veľkosť 8 cm a výška na stranu CD je totožná so stranami BC a AD, obsah tohto trojuholníka je $8 \cdot 8/2 = 32\,\mathrm{cm}^2$.



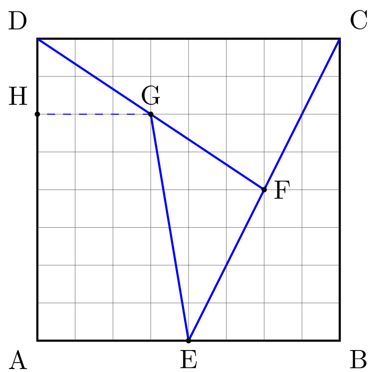
Keďže je bod F stredom strany EC, tak DF je ťažnica trojuholníka ECD. Ťažnica rozdeľuje trojuholník na dva trojuholníky s rovnakým obsahom. Veľkosti trojuholníkov EFD a FCD potom budú $32/2 = 16\,\mathrm{cm}^2$. V trojuholníku EFD je jednou z ťažníc úsečka EG, a teda trojuholníky EFG a EGD majú obsah $16/2 = 8\,\mathrm{cm}^2$

Teraz už len stačí odčítať obsahy trojuholníkov EBC, FCD a EFG od obsahu štvorca $ABCD$ a dostaneme obsah útvaru, ktorý Abumovi zostal. Obsah štvoruholníka $AEGD$ je $64 - 16 - 16 - 8 = 24\,\mathrm{cm}^2$.

Iné riešenie

V tomto riešení si do štvorca $ABCD$ vpíšeme štvorčekovú mriežku, kde strana štvorčeka bude mať dĺžku 1 cm. Následne si do štvorca $ABCD$ dokreslíme body E, F, G a úsečky CE, DF, EG podľa zadania. Výsledný obrázok nájdete nižšie.

Pre naše riešenie je dôležité, že body F a G ležia v mrežových bodoch. Vďaka tomu poznáme ich vzdialenosti od jednotlivých strán štvorca bez toho, aby sme ich museli pracne počítať.



Vieme, že Abum odstrihol od pôvodného štvorca trojuholníky BCE, CDF a EFG. To znamená, že potrebujeme spočítať obsah útvaru $AEGD$. Pridajme si preto na stranu AD bod H tak, že $|HD| = 2\,\mathrm{cm}$. Takto sme štvoruholník $AEGD$ rozdelili na pravouhlý trojuholník HGD s obsahom $3\,\mathrm{cm}^2$ a pravouhlý lichobežník $AEGH$ s obsahom $(4 + 3) \cdot 6/2 = 21\,\mathrm{cm}^2$. Výsledný obsah štvoruholníka $AEGD$ je tak $3 + 21 = 24\,\mathrm{cm}^2$.

Komentár

Podarilo sa vám nájsť ešte viac spôsobov ako úlohu riešiť, ale uviedli sme dva najelegantnejšie. Vašim najväčším problémom bolo tzv. čítanie s porozumením – mnohí ste si mysleli, že máte spočítať obsah trojuholníka EFG, aj keď ten Abum odstrihol. Taktiež musíte dávať pozor na to, že ak úlohu riešite bez štvorcovej mriežky, nemôžete len tak povedať, že vzdialenosť bodu F od strany štvorca CD je 4 cm, ale musíte pre to mať aj nejaký argument.

3 opravovali: **Michal „Iľo“ Iľkovič** a **Janči Richnavský**

najkrajšie riešenia: Lucia Babjaková a Hana Erdélyiová

53 riešení

Zadanie

Obchodník na trhu predáva vajcia v košíkoch. Na predaj sú košíky s vajcami v počtoch od 1 do 10 a na začiatku dňa je na stole práve jeden košík z každého počtu. Každé vajce je buď bielej, alebo hnedej farby (v jednom košíku však môžu byť vajcia oboch farieb). Na trh postupne prišli traja zákazníci a každý z nich si kúpil práve 1 košík, pričom:

- po nákupe prvého zákazníka ostalo na stole 5-krát viac bielych ako hnedých vajec,
- po nákupe druhého zákazníka ostalo na stole 6-krát viac bielych ako hnedých vajec,
- po nákupe tretieho zákazníka ostalo na stole opäť 5-krát viac bielych ako hnedých vajec.

Koľko bielych a koľko hnedých vajec bolo po odchode tretieho zákazníka na stole? Koľko vajec nakúpili jednotliví zákazníci? Nájdite všetky možnosti.

Riešenie

Na začiatok sa pozrime na celkový počet vajec na stole pred príchodom prvého zákazníka – stačí nám sčítať počet vajec v jednotlivých košíkoch: $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$.

Teraz sa pozrime, čo platí pre počet vajec po odchode jednotlivých zákazníkov. Keďže po odchode prvého zákazníka bolo na stole 5-krát viac bielych ako hnedých vajec, dokopy musí byť celkový počet vajec deliteľný šiestimi, pretože hnedé vajcia predstavujú jeden diel a biele päť dielov (dokopy šesť dielov). Po odchode druhého zákazníka musel byť počet vajec na stole deliteľný siedmimi a po odchode tretieho zákazníka musel byť počet vajec znovu deliteľný šiestimi. Dôležité je si uvedomiť, že od každého počtu vajec máme na stole iba jeden košík, a keď si ho nejaký zákazník kúpil, ďalší zákazník už nemôže.

Teraz sa pozrime na to, koľko vajec si mohol kúpiť prvý zákazník. Mohol kúpiť jedno až desať vajec, takže po jeho odchode mohlo na stole ostať 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53 alebo 54 vajec. Medzi týmito číslami sú deliteľné číslom 6 iba počty 48 (ak by zákazník kúpil $55-48=7$ vajec) a 54 (ak by zákazník kúpil $55-54=1$ vajce).

Rozdeľme si to teda na tieto dve možnosti:

- **1. zákazník kúpil 7 vajec, teda na stole ostalo 48 vajec.** Ďalší zákazníci preto nemôžu kúpiť košík so 7 vajcami. Po odchode druhého zákazníka mohlo na stole ostať 38, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 46 alebo 47 vajec. Z týchto počtov je číslom 7 deliteľný iba počet 42. Z toho vyplýva, že druhý zákazník si musel kúpiť $48 - 42 = 6$ vajec.

  Po druhom zákazníkovi ostalo na stole 42 vajec. Tretí zákazník si nemôže kúpiť košík so 6 alebo 7 vajcami. Po jeho odchode mohlo na stole ostať 32, 33, 34, 37, 38, 39, 40 alebo 41 vajec. Z týchto počtov ani jeden nie je deliteľný číslom 6, a teda prvý zákazník si nemohol kúpiť 7 vajec.

- **1. zákazník kúpil 1 vajce, teda na stole ostalo 54 vajec.** Ďalší zákazníci preto nemôžu kúpiť košík s 1 vajcom. Po odchode druhého zákazníka mohlo na stole ostať 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51 alebo 52 vajec. Z týchto počtov je číslom 7 deliteľný iba počet 49. Takže druhý zákazník si musel kúpiť $54 - 49 = 5$ vajec.

  Po druhom zákazníkovi ostalo na stole 49 vajec. Tretí zákazník si nemôže kúpiť košík s 1 alebo 5 vajcami. Po jeho odchode na stole mohlo ostať 39, 40, 41, 42, 43, 45, 46 alebo 47 vajec. Z týchto počtov je číslom 6 deliteľný iba počet 42, a teda tretí zákazník si musel kúpiť košík so $49 - 42 = 7$ vajcami. Po odchode tretieho zákazníka na stole ostalo 42 vajec, z toho jeden diel zo šiestich celkových tvorili hnedé vajcia, čo je $42/6 = 7$. Zvyšok, teda $42 - 7 = 35$, tvorili biele vajcia.

Pre počty vajec, ktoré si kupovali jednotliví zákazníci, existuje iba jedna možnosť, a to tá, že prvý zákazník si kúpil košík s 1 vajcom, druhý zákazník si kúpil košík s 5 vajcami a tretí zákazník si kúpil košík so 7 vajcami. Na konci bolo na stole 7 hnedých a 35 bielych vajec.

Komentár

Najčastejšou chybou bolo to, že ste zabudli vylúčiť niektorú z možností (väčšinou ste len zabudli poznamenať, že tretí zákazník nemohol kúpiť taký počet vajec, aký už bol pred tým vykúpený). Niektorým sa podarilo zabudnúť zodpovedať jednu z otázok v zadaní, za čo sme tiež museli bod stiahnuť. Veľmi ste nás však potešili vysokým počtom 9-bodových riešení.

4 opravovali: **Nina Hudáková** a **Ľubomír Vargovčík**

najkrajšie riešenie: Elena Mikušová

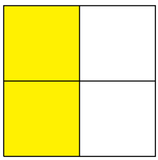
46 riešení

Zadanie

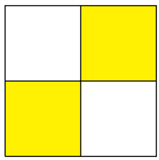
Na poličku s mriežkou 8×8 ukladáme magické lampy tvaru 1×2 tak, aby platilo, že ak je nejaké políčko zakryté lampou, tak políčko vpravo od neho a políčko pod ním nie je zakryté inou lampou. Koľko najviac lámp môžeme takto na mriežku poličky položiť?

Riešenie

Na začiatok si treba uvedomiť, že do tabuľky 2×2 vieme uložiť maximálne jednu lampu ako na Obr. 1 (alebo jeho iné otočenie) alebo dve polovice dvoch lámp ako na Obr. 2 (alebo jeho iné otočenie).



Obr. 1

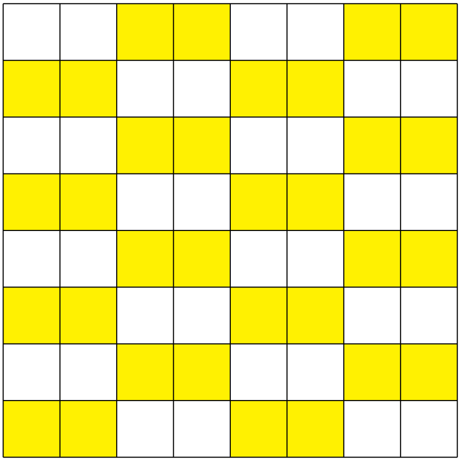


Obr. 2

V žiadnom políčku 2×2 sa nemôžu nachádzať 3 alebo 4 políčka zakryté lampou, lebo ak by tam boli viac ako dve políčka, minimálne jedno by bolo vpravo alebo dole od nejakého políčka z inej lampy, čo je proti pravidlu zo zadania.

Takže ak chceme, aby bol max. počet políčok zakrytý lampou, musí každá tabuľka 2×2 v tabuľke 8×8 mať práve 2 políčka zakryté lampou, čiže bude z polovice zaplnená. Keďže toto musí platiť pre celú tabuľku 8×8, musí pre ňu platiť aj to, že bude z polovice zakrytá lampami.

Takže ak máme 64 políčok a polovica bude zakrytá lampami, potom 32 políčok bude zakrytých lampami. Tým pádom máme 16 lámp, lebo jednu lampu tvoria dve políčka. Na obrázku dole môžeme vidieť, že sa lampy dajú takto skutočne uložiť.



Komentár

V tejto úlohe bolo pomerne jednoduché prísť na správny výsledok, no pomerne veľa z vás podcenilo poriadne vysvetlenie, prečo to tak funguje. Tí z vás, čo riešili úlohu podobne, ako je to vo vzorovom riešení, ste zabúdali vysvetliť, prečo v tabuľke 2×2 môže byť iba jedna lampa. Iní ste iba ukázali postup, ako poskladať 16 lámp do tabuľky, ale vôbec ste nepopísali, prečo by to mala byť správna odpoveď. Do budúcna si aj na takéto maličkosti treba dávať pozor a všetko dostatočne vysvetliť, inak vás to môže stáť veľa bodov.

5

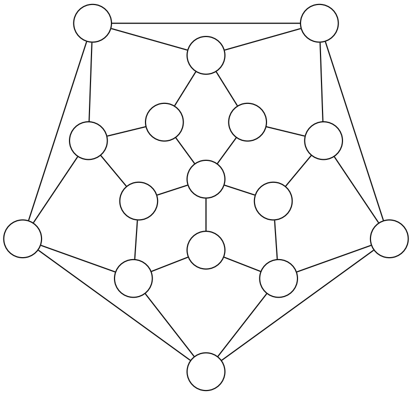
opravovali: **Maruška Kasalová** a **Bianka Gurská**

najkrajšie riešenie: Elena Mikušová

42 riešení

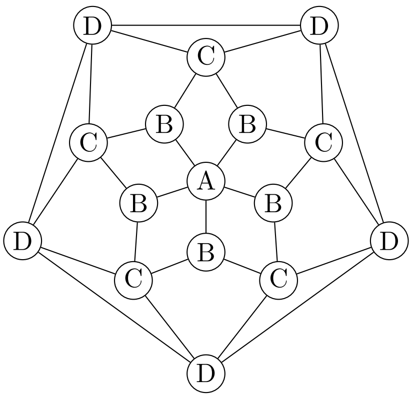
Zadanie

Na každom vrchole pohoria stojí človek s nejakým počtom lietajúcich kobercov. Kobercov je spolu 3360. Všetci sa naraz zbavia kobercov tak, že rozpošlú svoje koberce svojim susedom, každému rovnako veľa (čiary v obrázku znázorňujú susednosti vrcholov). Po výmene kobercov má každý človek rovnako veľa kobercov ako na začiatku. Koľko kobercov môže mať človek v strede pohoria? Nájdite všetky možnosti.



Riešenie

Ako prvé si označíme vrstvy podľa vzdialenosti od stredu písmenami a, b, c, d a jednotlivé vrcholy v nich ich veľkými podobami A, B, C, D tak, ako na obrázku. Každé malé písmeno zároveň značí súčet všetkých kobercov celej danej vrstvy.



Keďže každý človek mal pred aj po posielaní rovnaký počet kobercov, tak aj súčet kobercov v celých vrstvách sa po posielaní nezmenil. Preto si môžeme vyjadriť počet kobercov v nasledujúcich rovniciach:

$$a = \frac{1}{3}b \tag{1}$$

Toto platí, pretože každý človek vo vrstve b má troch susedov, teda počet svojich kobercov pri posielaní delí tromi, a zároveň každý človek vo vrstve b susedí práve raz s vrstvou a. Takže pri posielaní sa $1/3$ všetkých kobercov z vrstvy b pošle do vrstvy a. Nič iné sa do vrstvy a nepošle, a preto sa tieto koberce musia rovnať a, aby sa zachoval počet pred a po posielaní. Rovnakými úvahami vieme dostať aj nasledujúce rovnosti:

$$b = a + \frac{1}{2}c \tag{2}$$

$$c = \frac{2}{3}b + \frac{1}{2}d \tag{3}$$

$$d = \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}d \tag{4}$$

Rovnicu (4) si potom vieme nasledovne upraviť:

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}d \\ \frac{1}{2}d &= \frac{1}{2}c \\ d &= c \end{aligned}$$

Ďalej si vieme upraviť rovnicu (3), do ktorej vieme dosadiť naše zistenie, že $d = c$:

$$\begin{aligned} c &= \frac{2}{3}b + \frac{1}{2}c \\ \frac{1}{2}c &= \frac{2}{3}b \\ c &= \frac{4}{3}b \end{aligned}$$

Všimnime si, že v rovnici (1) máme $a = \frac{1}{3}b$ a z rovnice (3) sme dostali $c = \frac{4}{3}b$.

Pomocou týchto vyjadrení potom vidíme, že $a + b = c$, pretože $\frac{1}{3}b + b = \frac{4}{3}b$.

Zo zadania vieme, že kobercov je spolu 3360, čiže $a + b + c + d = 3360$. Použijeme zistenia $d = c$ a $a + b = c$ a dosadíme:

$$\begin{aligned} a + b + c + d &= 3360 \\ c + c + c &= 3360 \\ c &= 1120 \end{aligned}$$

Ďalej dopočítame b pomocou $c = \frac{4}{3}b$:

$$\begin{aligned} c &= \frac{4}{3}b \\ 1120 &= \frac{4}{3}b \\ 840 &= b \end{aligned}$$

A na záver môžeme vypočítať a pomocou rovnice (1):

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{3}b \\ a &= \frac{840}{3} \\ a &= 280 \end{aligned}$$

A keďže tieto rovnice majú len jedno riešenie, aj úloha ho bude mať len jedno a človek v strede má 280 kobercov.

Komentár

S úlohou ste si poradili naozaj dobre, čo nás veľmi teší. Viacerým z vás sa ale stalo, že ste rátali s tým, že každý pošle rovnaký počet kobercov. Toto tvrdenie je síce pravdivé, ale nevychádza priamo zo zadania, a preto je potrebné dokázať, že naozaj platí, aby ste do budúcna zbytočne nestratili body.

6 opravovali: **Kalista Semancová** a **Štefan Vašak**
najkrajšie riešenie: Elena Kundríková

18 riešení

Zadanie

Na plachte používanej na trhovisku tvaru mnohouholníka $A_1A_2\ldots A_n$ ofarbíme každú stranu a uhlopriečku načerveno alebo namodro tak, že strany A_1A_2 a A_2A_3 budú červené a strana A_3A_4 a všetky uhlopriečky vedúce z vrcholu A_3 budú modré. Navyše platí, že pri každom takomto ofarbení existuje aspoň 49 dvojfarebných trojuholníkov, pričom existuje aj ofarbenie, pri ktorom ich je práve 49. Nájdite všetky možné hodnoty n.

Riešenie

Dvojfarebných trojuholníkov má byť aspoň 49. My budeme hľadať najmenší počet takýchto trojuholníkov, a to práve 49, keďže to potrebujeme zo zadania zistiť.

Najmenej dvojfarebných trojuholníkov dosiahneme práve vtedy, ak z jednej farby bude čo najmenej strán a z druhej čo najviac. Každá strana je súčasťou $n-2$ trojuholníkov, preto každou zmenou farby pridáme hneď niekoľko dvojfarebných trojuholníkov, čomu sa ale chceme vyhnúť.

Keďže všetky uhlopriečky vychádzajúce z A_3 musia byť modré a zo zadania máme dané iba 2 červené strany, tak najmenej dvojfarebných trojuholníkov bude práve vtedy, ak iba strany A_1A_2 a A_2A_3 budú červené a všetky ostatné modré.

Teraz sa poďme pozrieť, koľko dvojfarebných trojuholníkov budeme mať v takomto prípade. Budú to trojuholníky nad stranou A_1A_2 a A_2A_3. Nad stranou A_1A_2 budeme mať $n-2$ trojuholníkov, keďže tretí bod trojuholníka môže byť hociktorý iný okrem A_1 a A_2. Nad stranou A_2A_3 budeme mať tiež $n-2$ trojuholníkov, z toho istého dôvodu. Ale zároveň trojuholník $A_1A_2A_3$ sme zarátali dvakrát, lebo je aj nad stranou A_1A_2 a A_2A_3, takže dokopy máme

$$n-2+n-2-1=2n-5$$

dvojfarebných trojuholníkov.

V každom jednom n-uholníku, kde iba strany A_1A_2 a A_2A_3 sú červené máme práve $2n-5$ dvojfarebných trojuholníkov. My potrebujeme, aby ich bolo práve 49, takže:

$$\begin{aligned}2n-5&=49\\2n&=54\\n&=27\end{aligned}$$

Jediná možná hodnota je teda $n = 27$, lebo ak n bude viac ako 27, tak nikdy nebudeme mať práve 49 trojuholníkov, ale viac. Ak n bude menej ako 49, tak nebudeme spĺňať podmienku zo zadania, že trojuholníkov má byť aspoň 49.

Komentár

Mali sme veľa pekných riešení, čo náš teší. Niektorí z vás však neriešili úlohu dostatočne všeobecne a nerozobrali všetky možnosti. Do budúcna sa teda skúste zamyslieť, či ste náhodou nevysvetlili niektoré svoje myšlienky iba na konkrétnom prípade, čo je nedostatočné, pretože vždy treba vysvetliť všetko aj všeobecne.

Zadania 2. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **18. novembra 2024**

Úloha 1

Na gobelíne tvaru štvoruholníka $ABCD$ existuje na strane AD bod M taký, že trojuholníkové výšivky MCD a MAB sú rovnostranné. Dokážte, že uhlopriečky tohto gobelínu sú rovnako dlhé. Úlohu neriešte meraním.

Úloha 2

Na stene sú napísané čísla $1, 2, 3, \ldots, 673$*. Aradin a Bafar striedavo zmazávajú čísla, až kým na tabuli neostanú len 2 čísla. Aradin začína. Ak je súčet posledných dvoch čísel deliteľný 8, vyhráva Aradin, ak nie, vyhráva Bafar. Pre ktorého z hráčov existuje výherná stratégia? Výherná stratégia je postup, podľa ktorého hráč vyhrá bez ohľadu na ťahy súpera.*

Úloha 3

Magická Anábia sa vyznačuje tým, že každý jej obyvateľ má priradené kladné celé číslo. Zároveň každý pozná len svoje číslo a nepozná číslo ostatných. Traja kamaráti Aradin, Tymiána a Džinus išli jedného dňa za vševedomým zrkadlom, ktoré im prezradilo, že súčet ich čísel je 100. Potom postupne povedali:

1. *Tymiána: „Ja a Džinus nemáme rovnaké čísla.“*
2. *Aradin: „To som už vedel.“*
3. *Tymiána: „Tak teraz viem aj to, že všetci máme rôzne čísla.“*
4. *Džinus: „Tak ja už poznám číslo každého z nás.“*

Aké čísla boli priradené jednotlivým kamarátom? Nájdite všetky riešenia.

Úloha 4

Tymiána si do piesku napísala tri rôzne prirodzené čísla a označila si ich a, b, c. Následne zistila, že všetky tieto 3 čísla sú prvočísla a aj všetky 3 rozdiely medzi týmito číslami po dvojiciach sú prvočísla. Aké čísla mohla Tymiána napísať na tabuľu? Nájdite všetky možnosti.

Úloha 5

Do každého riadku tabuľky 9×9 *vyšitej na koberci zapíšeme jednu z cifier od 1 do 9 v poradí tak, že v prvom stĺpci začneme ľubovoľnou cifrou a potom do stĺpca napravo píšeme stále číslicu o 1 väčšiu, ale po 9 píšeme 1 (napr. v riadku môžu byť zaradom čísla 7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 6). Tabuľka je úžasná, ak v každom riadku, v každom stĺpci aj na každej najdlhšej diagonále (z rohu do rohu tabuľky) je napísané 9-ciferné číslo, ktoré je deliteľné číslom 9. Koľko rôznych úžasných tabuliek existuje?*

Úloha 6

Lichobežníková šatka $ABCD$ *je taká, že* $|AB| = 8\,\mathrm{cm}$, $|CD| = 4\,\mathrm{cm}$ *a súčet veľkostí uhlov* DAB *a* CBA *je* $90°$. *Zistite, akú vzdialenosť môžu mať medzi sebou stredy základní* AB *a* CD. *Úlohu neriešte meraním.*

Poradie po 1. sérii zimného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 3.	Richard Semanišin	Z8	GAlejKE	9	9	9	9	9	9	54
	Alena Chladná	Z9	GAMČABA	9	9	9	9	9	9	54
	Adam Horváth	Z8	GAlejKE	9	9	9	9	9	3	54
4.	Hana Erdélyiová	Z9	GAMČABA	9	9	9	9	8	9	53
5. - 8.	Richard Futáš	Z8	ZPAngKE	9	9	7	9	9	-	52
	Elena Mikušová	Z7	GAMČABA	9	9	7	9	9	-	52
	Dominik Feňovčík	Z9	ZBeleKE	9	9	9	9	7	9	52
	Martin Štefanides	Z8	GAMČABA	9	9	7	9	9	-	52
9. - 11.	Hana Lascsáková	Z7	ZHronKE	9	8	7	9	7	9	51
	Matúš Varhoľák	Z7	ZSCaMKE	9	8	9	9	7	-	51
	Marko Vasiľ	Z6	GAlejKE	9	9	8	9	7	-	51
12.	Katarína Tóthová	Z8	ZHôrky	9	9	8	9	7	-	50
13.	Stanislav Beneš	Z8	GJNHPha	9	8	8	9	7	-	49
14. - 16.	Jakub Jančiga	Z8	ZGoraZA	9	9	9	5	7	7	48
	Tomáš Urmanič	Z8	GAMČABA	9	7	9	7	9	-	48
	Branislav Jendroľ	Z7	ZČeskáBA	6	9	9	9	-	6	48
17. - 19.	Marek Mičko	Z8	ZKro4KE	9	9	9	7	6	-	47
	Elena Kundríková	Z8	ZKro4KE	9	8	7	-	7	9	47
	Nelly Hašková	Z8	GAlejKE	9	9	9	6	7	-	47
20. - 22.	Alica Földesová	Z8	VSCharlott	7	6	-	9	8	9	46
	Tomáš Cabúk	Z9	SGFutKE	9	9	9	9	7	3	46
	Alica Bágeľová	Z6	GAMČABA	9	6	9	5	8	-	46
23. - 25.	Emilián Frischer	Z8	GAlejKE	9	9	9	4	7	-	45
	Marek Babuščák	Z8	GAlejKE	9	9	9	4	7	-	45
	Lucia Babjakova	Z7	GsvTAKE	7	9	9	-	7	4	45
26. - 28.	Vojto Bálint	Z9	CZRZaZA	9	8	7	4	8	8	44
	Slávka Humeníková	Z7	GAlejKE	9	9	9	-	2	6	44
	Jakub Katrák	Z9	ZPoliKE	8	9	9	9	9	-	44
29.	Filip Feher	Z8	ZPAngKE	9	9	9	-	8	-	43
30. - 31.	Zoja Ondrišeková	Z8	GAMČABA	7	9	8	4	7	-	42
	Pavol Fejko	Z7	ZZalužice	7	8	7	6	7	-	42
32.	Kristofer Noel Rjabinčák	Z8	ZKro4KE	9	9	9	7	-	-	41
33.	Tomáš Budaj	Z7	ZPAngKE	7	6	9	4	7	-	40
34. - 35.	Adam Feher	Z7	ZPAngKE	7	8	6	9	-	-	38
	Sofia Slavkovská	Z7	GABerSC	6	9	7	4	5	0	38
36.	Paulína Pastuchová	Z8	ZBe16KE	7	6	7	3	7	-	36
37.	Hana Ihnátová	Z9	ZObcSeč	6	9	9	4	7	-	35
38.		Z9	ZDnepKE	9	8	7	3	7	-	34
39.	Michal Revický	Z9	GJARMPO	9	9	7	-	7	-	32
40.	Mirra Volchenko	Z7	GAlejKE	7	8	5	4	-	-	31
41.	Kristína Vojtašková	Z8	ZBe16KE	6	4	7	2	7	0	30
42. - 43.	Ondrej Medo	Z8	OWünnewil	9	9	9	-	-	-	27
	Damián Fedor	Z9	ZJuhVnT	9	-	7	4	7	-	27
44.	Sandra Futášová	Z9	ZPAngKE	9	7	5	5	-	-	26
45.	Lýdia Mikušáková	Z8	GAlejKE	9	9	7	-	-	-	25
46.	Lucia Bágeľová	Z7	GMetoBA	8	8	-	-	-	-	24
47.	Veronika Štiavnická	Z7	ZKro4KE	7	-	9	-	-	-	23
48.	Teodor Vysoký	Z8	ZTSNPBB	9	3	4	3	0	0	22
49.	Michal Hudák	Z7	GAlejKE	9	5	-	-	-	-	19

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
50.	Simona Stahovcová	Z8	ZPAngKE	9	-	9	-	-	-	18
51. - 52.	Andrej Onderisin	Z7	ZKro4KE	7	-	5	-	-	-	17
	Matúš Marček	Z8	ZTSNPBB	9	-	5	3	0	0	17
53. - 55.	Natália Kropuchová	Z9	ZKro4KE	7	-	9	-	-	-	16
	Viliam Vrchovinsky	Z8	ZKro4KE	9	-	-	-	7	-	16
	Júlia Rusnáková	Z7	ZKe30KE	6	-	4	2	-	-	16
56.	Adela Polomská	Z9	ZKro4KE	9	-	-	-	5	-	14
57.	Veronika Vavreková	Z9	ZKro4KE	7	-	-	4	-	-	11
58.	Patrik Sklenár	Z8	GTVanSL	9	-	-	1	-	-	10
59. - 60.	Matúš Katina	Z9	ZKro4KE	7	-	-	2	-	-	9
	Richard Varecha	Z6	ZKro4KE	7	1	-	-	-	-	9
61.	Filip Komjáti	Z6	GAlejKE	-	4	2	-	-	-	8
62. - 63.	Leo Torma	Z9	ZKro4KE	6	-	-	-	-	-	6
	Miroslav Slivko	Z9	ZKro4KE	3	-	-	3	-	-	6
64.	Roman Schütz	Z7	ZKro4KE	1	-	2	-	-	-	4
65.	Slavomira Synott	Z9	ZKro4KE	-	1	-	0	-	-	1

Názov:	*MATIK* – korešpondenčný matematický seminár Číslo 2 • November 2024 • Zimný semester 38. ročníka
Web:	`matik.strom.sk`
E-mail:	`matik@strom.sk`
Riešenia:	Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese `riesenia@strom.sk`
Organizátor:	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.