Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo 5 — Ročník 38 matik.strom.sk

Ahoj!

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie MATIKa, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame tvoje ďalšie riešenia!

vedúci MATIKa

Ako bude

Tábor mladých matematikov

Drahý riešiteľ, ak premýšľaš, čo s časom počas letných prázdnin, máme pre teba dobré správy! Už vieme, kedy a kde sa bude konať TMM, teda Tábor mladých matematikov! V kalendári si rezervuj 20. až 27. júla 2025, pretože práve vtedy sa ocitneme na Chate Hámor pri Kokave nad Rimavicou na najúžasnejšej akcii roka. Pozvánku s odkazom na prihlasovanie nájdeš na stránke.

Nevieš, čo je TMM? Tábor mladých matematikov je ako sústredenie, avšak je dlhšie, takže o toľko lepšie! Viac informácií a aj samotnú pozvánku a prihlasovanie nájdeš na `https://matik.strom.sk/tmm/`.

Máš Problém?!

Populárna online súťaž Máš problém?! sa tentokrát uskutoční v piatok 23. mája 2024. Súťaž je určená primárne pre žiakov 4. až 9. ročníka ZŠ a príslušných ročníkov OG, no zapojiť sa môžu i šikovní mladší žiaci.

Pre súťažiacich sme si už tradične pripravili sadu zaujímavých matematických problémov a úloh, na riešenie ktorých majú 60 minút. Ak sa plánujete registrovať, nezabudnite následne potvrdiť vašu registráciu v e-maili, ktorý Vám bude zaslaný do Vami uvedenej schránky.

Registráciu a viac informácií o samotnej súťaži môžete nájsť tu
`https://masproblem.strom.sk/`

Vzorové riešenia 1. série úloh letného semestra

1

opravovali: **Eva Krajčiová** a **Sarah Klopstock**
najkrajšie riešenia: Patrik Murín

53 riešení

Zadanie

Rod Kamenných pozostáva zo šiestich súrodencov: Šuter, Balvan, Megaskala, Okruhliak, Ploskáč a Kváder. Vieme, že práve dvaja z nich majú kľúč od truhlice plnej korunovačných klenotov. Každého z nich sme sa spýtali, ktorí z nich to sú, a dostali sme nasledovné odpovede:

- Šuter vraví, že je to Megaskala a Balvan.
- Balvan vraví, že je to Šuter a Megaskala.
- Megaskala vraví, že je to Balvan a Okruhliak.
- Okruhliak vraví, že je to Ploskáč a Megaskala.
- Ploskáč vraví, že je to Kváder a Okruhliak.
- Kváder nepovedal nič.

Štyria súrodenci povedali pravdu o jednom človeku a klamali o druhom. Jedna osoba klamala o oboch. A jedna nepovedala nič. Ktorí dvaja majú kľúč od truhlice? Svoje riešenie nezabudnite poriadne zdôvodniť.

Riešenie

Uvedomme si, že ak by Megaskala nemala kľúč, tak by niekto z trojice Šuter, Balvan a Okruhliak musel klamať o oboch spomínaných súrodencoch (ak by totiž všetci hovorili o jednom pravdu, tak by kľúč mali traja – Šuter, Balvan a zároveň aj Ploskáč). Zvyšní dvaja z trojice (Šuter, Balvan a Okruhliak) by teda museli hovoriť o jednom pravdu, z čoho vyplýva, že z trojice Šuter, Balvan a Ploskáč by mali dvaja kľúč. Potom by ale Okruhliak ani Kváder kľúč nemali, čo je ale spor, keďže vtedy by Ploskáč klamal o oboch (a teda by o oboch klamali už dvaja súrodenci).

Teda Megaskala kľúč má. Potom, keďže každý hovorí pravdu o najviac jednom, kľúč určite nemajú Šuter, Balvan ani Ploskáč. Takže druhý kľúč musí mať jeden zo zvyšnej dvojice Okruhliak a Kváder. Ak by to bol ale Okruhliak, všetci piati (okrem Kvádra) by hovorili o jednom pravdu. Kľúč teda musí mať spolu s Megaskalou Kváder, pričom dvakrát klame Megaskala. Riešenie je v súlade so zadaním.

Komentár

Väčšine z vás sa podarilo prísť k správnemu výsledku, čo je skvelé. Napriek tomu ste si mnohí neoverili správnosť svojho riešenia. Skúška správnosti je dôležitý krok, ktorý môže pomôcť odhaliť prípadné chyby a získať istotu, že váš postup je správny.

2

opravovali: **Marie Kasalová** a **Patrik Paľovčík**
najkrajšie riešenie: Zoja Ondrišeková

52 riešení

Zadanie

Nožnicovci sú zo všetkých rodov najmúdrejší a nedávno na svojom hrade inštalovali výťah, aby sa mohli jednoduchšie prepravovať medzi svojimi poschodiami. Poschodia boli očíslované postupne číslami 1, 2, 3, ... a výťah sa ovláda len pomocou dvoch tlačidiel – to ľavé vás posunie o dve poschodia nadol, to pravé vás posunie na poschodie s dvojnásobným číslom. Ostrostrihač sa chce výťahom previezť tak, aby zastal na každom poschodí. Existuje poschodie, na ktorom môže začať tak, aby sa mu to podarilo, ak

a) počet poschodí je 10,

b) počet poschodí je 20?

Ak nie, zdôvodnite prečo, a ak áno, nájdite jeden spôsob, ako to môže zvládnuť.

Riešenie

Najprv si môžeme uvedomiť, že tlačidlo, ktoré posúva o 2 poschodie dolu, nemení paritu čísla. Taktiež si môžeme uvedomiť, že po stlačení tlačidla, ktoré posúva na dvojnásobné poschodie, bude Ostrostrihač vždy na párnom poschodí. Z toho vyplýva, že pred stlačením pravého tlačidla musí Ostrostrihač navštíviť všetky poschodia s nepárnym číslom, lebo z poschodia s párnym číslom by sa do nich naspäť už nedostal. Poschodia s nepárnymi číslami navštívi teda iba pomocou ľavého tlačidla, a keďže ním vie ísť len smerom dole, musí začať na najvyššom nepárnom poschodí a pomocou ľavého tlačidla dôjsť až na prvé poschodie.

a) Ostrostrihač teda musí začať na 9. poschodí a dôjsť postupne pomocou ľavého tlačidla na 1. poschodie. Potom pomocou pravého tlačidla môže prejsť na párne poschodia, avšak už nedokáže navštíviť 10. poschodie, na ktoré sa vie dostať len z 5. poschodia. Keby išiel rovno z 5. poschodia na 10., tak by už nedokázal navštíviť zostávajúce nepárne poschodia (1. a 3.). Neexistuje teda poschodie, na ktorom môže Ostrostrihač začať tak, aby prešiel všetky poschodia.

b) Tu je možné prejsť všetky poschodia, napríklad v poradí 19 – 17 – 15 – 13 – 11 – 9 – 7 – 5 – 3 – 1 – 2 – 4 – 8 – 6 – 12 – 10 – 20 – 18 – 16 – 14.

Komentár

S úlohou ste si poradili veľmi a dobre a drvivá väčšina z vás prišla na zaujímavé myšlienky a dospela k správnemu výsledku. Medzi menšie chybičky patrilo, že ste neukázali, prečo sa v možnosti a) nutne muselo začínať na 9. poschodí, prípadne prečo by sa už Ostrostrihač nedostal na poschodia 1 a 3, ak by išiel z 5. na 10. Niekedy takéto maličkosti vyzerajú očividne, ale pre úplné riešenie je potrebné popísať aj to.

3 opravovali: **Branislav Ječim** a **Sophia Sotáková**

najkrajšie riešenia: Jakub Jančiga a Tomáš Cabúk

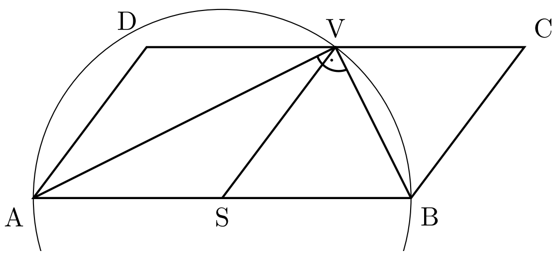
48 riešení

Zadanie

Papierovci obývajú zámok v tvare rovnobežníka $ABCD$, pre ktorý platí, že $|AB| = 2 \cdot |BC|$. Hlavný vchod V sa nachádza v strede strany CD. Určte veľkosť uhla AVB.

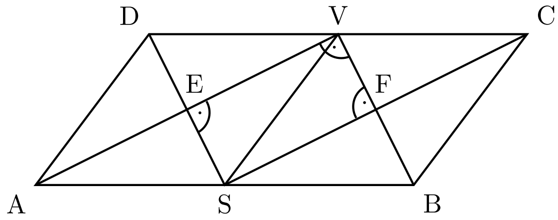
Riešenie

Na strane AB si vyznačíme stred S a dokreslíme úsečku SV. Keďže body S a V sú stredmi protiľahlých rovnobežných strán AB a DC, tak úsečka SV bude mať rovnakú dĺžku ako strany AD a BC, a zároveň podľa zadania aj polovicu dĺžky strany AB, a teda rovnakú dĺžku ako AS a SB. Následne si do obrázka dokreslíme kružnicu so stredom v bode S a s priemerom AB, teda polomerom AS (ktorý je rovnaký ako úsečky SB a SV). Keďže bod V leží na tejto kružnici a AB je jej priemerom, môžeme podľa Tálesovej vety určiť, že uhol $\angle AVB$ je pravý.



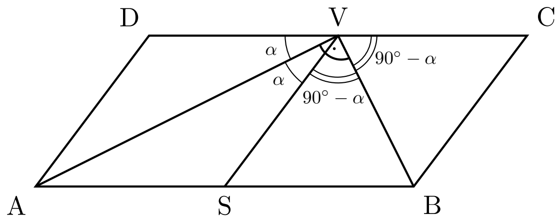
Iné riešenie

Na strane AB vyznačíme stred S a dokreslíme úsečku SV. Keďže rovnobežník $ABCD$ má pomer strán 2:1, tak úsečka SV spájajúca stredy jeho dlhších strán ho rozpoľuje na dva zhodné kosoštvorce $ASVD$ a $SBCV$. Dokreslíme si uhlopriečky v oboch kosoštvorcoch (ich priesečníky označíme E a F). O uhlopriečkach v kosoštvorci vieme, že sa navzájom rozpoľujú a zvierajú uhol 90°. Tým, že sú oba kosoštvorce zhodné a rovnako orientované, môžeme povedať, že úsečka EV je rovnobežná a zhodná s SF a tiež, že ES je rovnobežná a zhodná s VF. V strede tak vznikne obdĺžnik $SFVE$, v ktorom sú všetky uhly pravé. Preto aj $|\angle AVB| = 90°$.



Iné riešenie

Znovu si označíme stred AB ako S a dokreslíme úsečku SV. Už z predošlého riešenia vieme, že nám vzniknú dva zhodné kosoštvorce $ASVD$ a $SBCV$. Ďalšia vlastnosť, ktorú o kosoštvorcoch vieme je, že uhlopriečky v nich sú zároveň osami ich vnútorných uhlov, a teda ich rozpoľujú na zhodné uhly. Označme si uhol $\angle DVA$ ako α, potom keďže AV je uhlopriečkou kosoštvorca $ASVD$, tak $\angle AVS$ je tiež α. Keďže $\angle DVC$ je priamy uhol s veľkosťou $180°$, tak uhol $\angle SVC$ má potom veľkosť $180° - 2\alpha$. Tento uhol rozpoľuje uhlopriečka BV a teda $|\angle SVB| = |\angle BVC| = \frac{180-2\alpha}{2} = 90 - \alpha$. Dopočítame: $|\angle AVB| = |\angle AVS| + |\angle SVB| = \alpha + (90° - \alpha) = 90°$.



Komentár

Ako môžete vidieť na počte vzorových riešení, táto úloha mala viacero spôsobov riešenia. Bez ohľadu na to, aký spôsob ste využili, sa ju väčšine z vás podarilo vyriešiť správne, z čoho sa tešíme. Niektorí z vás však riešili úlohu len pre prípad, kde by $ABCD$ bol obdĺžnik. Pamätajte však na to, že to, čo dokážete pre obdĺžnik, nemusí vždy platiť pre všeobecnejší rovnobežník. Obdĺžnik je len špeciálnym prípadom rovnobežníka.

4 opravovali: **Nina Anna Betáková** a **Nina Hudáková**

najkrajšie riešenia: Vojto Bálint a Richard Semanišin

44 riešení

Zadanie

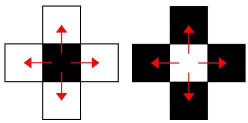
Kachličková podlaha v sídle rodu Kamenných tvorí prázdnu tabuľku 3×51. Balvan chce do nej nakresliť kriedou čísla, pričom sa riadi nasledujúcimi pravidlami:

- V tabuľke sa musí nachádzať každé z čísel 1, 2, 3, ..., 153.
- V ľavom dolnom políčku tabuľky má byť číslo 1.
- Políčka po sebe idúcich čísel susedia stranou.

Nazvime políčko pekným, ak môže obsahovať číslo 153. Koľko pekných políčok má podlaha?

Riešenie

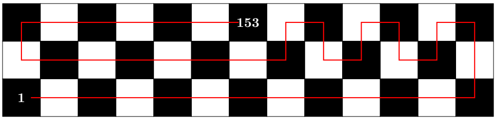
Podlahu 3×51 si zafarbíme šachovnicovo, s čiernym ľavým dolným políčkom. Po podlahe sa posúvame nasledovne: z každého bieleho políčka sa posúvame na čierne políčko a z každého čierneho políčka na biele políčko (keďže nevieme ísť šikmo). Tak, ako na obrázku.



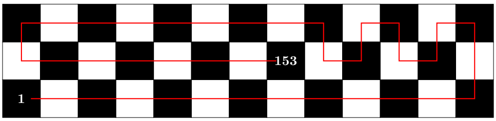
Takže keď budeme písať čísla zaradom, tak ich budeme postupne písať na biele, čierne, biele atď. políčka. Zároveň, keďže píšeme čísla za sebou, tak budeme striedať párne, nepárne, párne atď. čísla. Na podlahu sme ako prvú napísali 1 do dolného ľavého políčka, ktoré sme si označili ako čierne. To znamená, že všetky nepárne čísla budú na čiernych políčkach a párne čísla na bielych. Z toho vyplýva, že pekné políčko môže byť iba na čiernom políčku, lebo 153 je nepárne.

Políčok máme dokopy $51 \times 3 = 153$, z toho 77 čiernych a 76 bielych políčok. Ale keďže na jedno čierne políčko sme už položili jednotku, tak voľných čiernych políčok, ktoré môžu byť pekné, je už iba 76. Teraz už iba treba dokázať, že na každé z tých 76 políčok sa dá dostať.

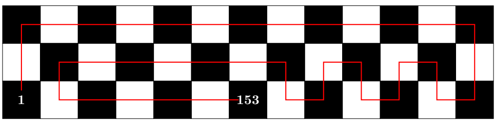
Ak pekné políčko bude v 3. riadku, tak čísla budeme písať nasledovne: Od jednotky pôjdeme smerom doprava, až na koniec prvého radu. Potom pôjdeme o jedno políčko smerom hore. Ak nad nami nie je pekné políčko, pôjdeme ešte o jedno políčko smerom hore na tretí riadok. Potom prejdeme jedno políčko doľava a hneď o jedno dole naspäť na druhý riadok. Následne pôjdeme jedno doľava (spravíme takú slučku) a pozrieme sa, aké políčko je nad nami. Ak nebude pekné, zopakujeme tento postup, a ak je pekné políčko nad nami, tak pôjdeme až na koniec riadku smerom doľava. Následne prejdeme na tretí riadok a očíslujeme všetky políčka zaradom, až sa ocitneme na peknom políčku.



Ak pekné políčko bude v 2. riadku, pôjdeme podobne ako predtým – najskôr doprava na koniec prvého riadku, potom jedno hore. Ak vedľa nie je pekné políčko, zopakujeme slučku (hore, doľava, dole, doľava), až kým ho nenájdeme. Ak ho nájdeme, očíslujeme zvyšné políčka tretieho riadku, potom druhého, až sa dostaneme na pekné políčko.



Ak pekné políčko bude v 1. riadku, pôjdeme podobne ako predtým – najskôr hore na tretí riadok a očíslujeme ho zľava doprava. Potom pôjdeme dole na druhý riadok. Ak pod nami nie je pekné políčko, zopakujeme slučku (dole, doľava, hore, doľava), až kým ho nenájdeme. Ak ho nájdeme, očíslujeme zvyšné políčka druhého riadku, potom prvého, až sa dostaneme na pekné políčko.



Vieme teda, že žiadne biele políčko nemôže byť pekné zo šachovnicového ofarbenia a tiež vieme, že na každé čierne políčko vieme dostať číslovaním číslo 153. Tým pádom pekných políčok je 76.

Komentár

Veľa z vás riešilo úlohu pomocou šachovnicového ofarbenia, avšak vo väčšine vašich riešení ste zabudli vysvetliť, prečo párne a nepárne čísla nemôžu ležať na rovnakej farbe. Keď použijete nejaké tvrdenie v riešení, treba najskôr dokázať, že platí.

5 opravovali: **Martin Kopčány** a **Tomáš Lang**
najkrajšie riešenie: Hana Lascsáková a Marek Mičko

34 riešení

Zadanie

Členovia rodu Papierových sa vyznačujú tým, že každý má na sebe napísané nejaké kladné celé číslo. Príslušníci s po sebe idúcimi číslami od 1 do n sa zoradili do radu tak, aby pre každú trojicu ľudí stojacich pri sebe platilo, že súčet ich čísel je deliteľný číslom toho najľavejšieho z nich troch. Koľko najviac Papierovcov môže takto stáť za sebou, aby ešte navyše platilo, že posledný člen v rade má nepárne číslo?

Riešenie

Po vyskúšaní zopár možností krátkych radov vidíme, že rad $2-5-1-4-3$ vyhovuje zadaniu. Ukážme teda, že dlhší rad vyhovujúci zadaniu už neexistuje.
V podobných úlohách s deliteľnosťou sa oplatí zamyslieť nad tým, ktoré čísla v poradí môžu byť párne a ktoré nie.

Ak má rad párnu dĺžku $2k$, tak ku každému nepárnemu číslu nájdeme jedno, ktoré je párne a zároveň o jedna väčšie. Tým pádom aj párnych aj nepárnych čísel od 1 do $2k$ je k. Podobne ak má rad nepárnu dĺžku $2k+1$, tak okrem posledného čísla vieme nájsť ku každému nepárnemu číslu jedno číslo o jedna väčšie, ktoré je párne. Máme teda $k+1$ nepárnych čísel a k párnych čísel.

V každom prípade, ak je n väčšie alebo rovné ako 6, tak musí existovať párne číslo, ktoré je prvé v nejakej trojici čísel. Pozrime sa na čísla za ním. Na to, aby súčet tejto trojice bol deliteľný prvým číslom z trojice, musí byť aj súčet zvyšných dvoch čísel z trojice deliteľný týmto párnym číslom, a teda musí byť párny. Ďalšie dve čísla v trojici môžu byť:

- obe nepárne - Toto môže nastať.
- jedno párne a jedno nepárne - Toto nemôže nastať, lebo súčet tejto trojice by bol nepárny, a teda by nemohol byť deliteľný prvým číslom v trojici.
- obe párne - V tomto prípade by v nasledujúcich trojiciach museli byť nutne všetky čísla párne. Je to preto, že prostredné číslo z tejto trojice musí deliť súčet ďalších dvoch, a teda aj štvrté číslo (ktoré je za touto trojicou) musí byť párne. Keby bolo nepárne, tak súčet tretieho a štvrtého čísla je nepárny, teda nemôže byť deliteľný druhým číslom.
  Rovnaký argument vieme použiť aj pre piate číslo a tak ďalej. Tým pádom aj posledné číslo v celom rade čísel by bolo párne. To však zadanie zakazuje, keďže hovorí, že rad Papierovcov sa končí nepárnym číslom.

Takže ak je prvé číslo v nejakej trojici párne, tak po ňom musia nasledovať dve nepárne čísla. Teda pre skoro každé z párnych čísel vieme nájsť po ňom idúce dve nepárne. Jediné miesto, kde môže byť párne číslo tak, aby nezačínalo nejakú trojicu, je predposledné v rade. Za ním by bolo len jedno nepárne. Teda ak si označíme počet párnych čísel ako k, tak nepárnych bude minimálne $2k - 1$.
Zároveň može byť nepárnych čísel celkovo len o najviac 1 viac ako párnych, čo sme si ukázali vyššie. Je ich teda maximálne $k + 1$ a minimálne $2k - 1$, z čoho vyplýva nerovnosť:

$$2k - 1 <= k + 1$$

Tú vieme upraviť do tvaru $k <= 2$. Tým pádom môžeme mať maximálne 2 párne čísla, čo vedie k maximálnej dĺžke radu najviac 5. Príklad takéhoto radu sme už ale našli na začiatku, preto je 5 riešením úlohy.

Komentár

Takmer všetkým z vás sa podarilo nájsť najdlhší rad piatich po sebe idúcich Papierovcov, čo nás teší. Avšak, občas nastala mierna nejasnosť.
Ak sa v nejakej úlohe píše, že treba nájsť najdlhší rad, ktorý niečo spĺňa, zároveň sa tým myslí, že treba aj ukázať, prečo nemôže existovať dlhší vyhovujúci rad, aj keď sa to v zadaní vyslovene nepíše. Táto časť riešenia je často ešte podstatnejšia ako samotné nájdenie tohto najdlhšieho radu.

6

opravovali: **Erik „Rici“ Novák** a **Martin „Iskra“ Dudjak** 20 riešení
najkrajšie riešenie: Hana Lascsáková

Zadanie

Bratia Okruhliak a Kváder vyrobili špeciálny drevený stôl v tvare konvexného štvoruholníka. Tento štvoruholník si označíme $ABCD$. Uhly DAB a ABC sú ostré a ich osi sa pretínajú v bode E. Dokážte, že ak $|AD| + |BC| = |AB|$, tak

$$|\sphericalangle DEC| = |\sphericalangle DAB| + |\sphericalangle ABC|.$$

Úlohu neriešte meraním.

Riešenie

Začneme tým, že si na úsečke AB vyznačíme bod F, aby platilo, že $|AF| = |AD|$ a $|BF| = |BC|$. Taký bod musí existovať, pretože zo zadania platí $|AB| = |AD| + |BC|$.

Trojuholník ADF je rovnoramenný so základňou DF. Uhly pri základni budú rovnako veľké. Platí $|\angle AFD| = |\angle ADF| = \frac{180^\circ - |\angle DAF|}{2} = 90^\circ - \frac{|\angle DAF|}{2}$. Zároveň platí, že os uhla DAF prechádza stredom úsečky DF, pretože v rovnoramennom trojuholníku je os uhla oproti základni zároveň osou základne. To znamená, že bod E leží na osi strany DF.

Trojuholník BCF je tiež rovnoramenný so základňou CF. Pre uhly pri základni v ňom platí $|\angle BCF| = |\angle BFC| = \frac{180^\circ - |\angle CBF|}{2} = 90^\circ - \frac{|\angle CBF|}{2}$. Taktiež platí, že os uhla FBC rozpoľuje úsečku CF. Rovnako ako pri strane DF, bod E leží aj na osi strany CF.

Môžeme si všimnúť, že priamy uhol AFB sa skladá z troch uhlov: AFD, CFD a BFC. Musí preto platiť, že

$$|\angle AFD| + |\angle CFD| + |\angle BFC| = 180^\circ$$

Veľkosti uhlov AFD a BFC sme si vyjadrili vyššie, môžeme preto rovnicu upraviť na

$$90^\circ - \frac{|\angle DAF|}{2} + |\angle CFD| + 90^\circ - \frac{|\angle CBF|}{2} = 180^\circ$$

Rovnicu môžeme ďalej upraviť na

$$-\frac{|\angle DAF|}{2} + |\angle CFD| - \frac{|\angle CBF|}{2} = 0$$

Vieme si vyjadriť $|\angle CFD|$:

$$|\angle CFD| = \frac{|\angle DAF|}{2} + \frac{|\angle CBF|}{2}$$

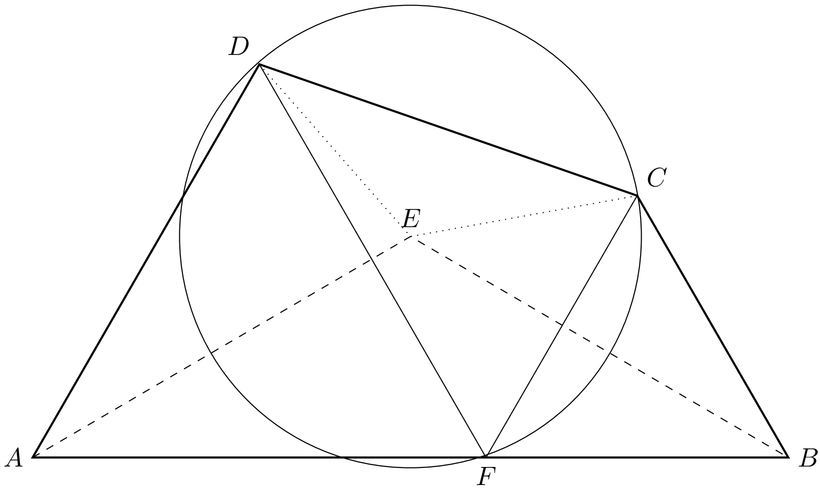
Vieme, že pre opísanú kružnicu trojuholníka platí, že jej stred leží na priesečníku osí strán trojuholníka. Zároveň sa osi pretínajú v práve jednom bode. Keďže sme zistili, že sa osi strán CF a DF pretínajú v bode E, bude práve bod E stredom kružnice opísanej trojuholníku CDF. Z vety o stredovom a obvodovom uhle platí, že $|\angle CED| = 2 \cdot |\angle CFD|$. My sme si vyššie vyjadrili $|\angle CFD|$. Platí

$$|\angle CED| = 2 \cdot |\angle CFD| = 2 \cdot \left(\frac{|\angle DAF|}{2} + \frac{|\angle CBF|}{2}\right) = |\angle DAF| + |\angle CBF|$$

Uhly DAF a DAB sú zhodné. Rovnako platí, že aj CBF a CBA sú zhodné. Preto platí

$$|\angle CED| = |\angle DAF| + |\angle CBF| = |\angle DAB| + |\angle CBA|$$

Požadované tvrdenie zo zadania sme tým pádom dokázali.



Zadania 2. série úloh letného semestra

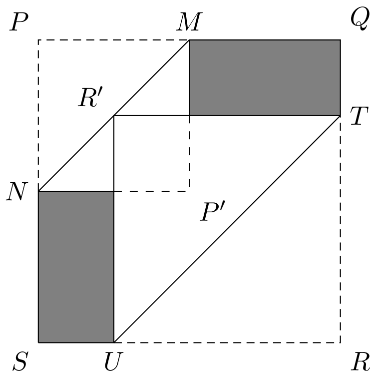
Riešenia pošlite najneskôr do **14. apríla 2025**

Úloha 1

Deviati súrodenci z rodu Papierovcov majú na sebe navzájom rôzne čísla od 1 do 9. Ich jedáleň má podlahu z dlaždíc o rozmere 3×3. Vedia sa postaviť každý na jednu dlaždicu tak, aby súčet čísel každej stranou susediacej dvojice súrodencov bolo prvočíslo? Ak áno, uveďte príklad takého rozostavenia. Ak nie, zdôvodnite prečo.

Úloha 2

Knihovec objavil origami a chce si skúsiť niečo poskladať. Má pred sebou štvorcový papier označený $PQRS$, ktorý má stranu dĺžky 40 cm. Bod M je stred strany PQ a bod N je stred strany PS. Papier preložíme pozdĺž úsečky MN. Bod P sa dotkne papiera v bode P'. Bod T leží na strane QR a bod U leží na strane SR tak, že TU je rovnobežná s MN. Ak papier preložíme pozdĺž TU, bod R sa dotkne papiera v bode R', pričom R' leží na MN. Lenže Knihovec má radšej počítanie ako skladanie origami a viac ho zaujíma, aký je obsah šesťuholníka $NMQTUS$, ktorý vznikol. Pomôžte mu ho vyrátať!



Úloha 3

Na plochozemi žije rod Papierových, ktorí vždy hovoria pravdu, a rod Nožnicovcov, ktorí vždy klamú. Na hranie stolného tenisu boli všetci príslušníci týchto dvoch rodov rozdelení do dvoch tímov A a B, pričom A malo viac členov ako B. Hru začali dvaja hráči z rôznych tímov. Po každej hre prehrávajúci hráč hru navždy opustil a nahradil ho iný (ešte nehrajúci) člen jeho tímu. Družstvo prehralo, ak všetci jeho členovia opustili hru. Po turnaji sa každého člena tímu A opýtali: „Je pravda, že si v akejkoľvek hre prehral s príslušníkom rodu Nožnicovcov?“ a každého člena tímu B sa spýtali: „Je pravda, že si porazil aspoň dvoch Papierových?“ Všetky odpovede sa ukázali ako kladné. Ktorý tím vyhral – A alebo B? Zdôvodni.

Úloha 4

Kamaráti Šuter a Balvan našli zaujímavý kameň v tvare trojuholníka a chcú ho preskúmať. Trojuholník si označili ABC, kde dĺžka strany AB je 4 a dĺžka strany BC je 2. Bod D nech leží na AB vo vzdialenosti 3 od bodu A. Dokážte, že kolmica na AB prechádzajúca bodom D, os uhla ABC a os strany BC sa pretínajú v jednom bode. Úlohu neriešte rysovaním.

Úloha 5

Knihovec a Ostrihovač hrajú hru na tabuľke 7×7 a striedajú sa v ťahoch. Knihovec má červený kamienok v dolnom ľavom a hornom pravom rohu, Ostrihovač zasa čierny kamienok v dolnom pravom a hornom ľavom rohu. V svojom ťahu si môže hráč vybrať jeden zo svojich dvoch kamienkov a pohne s ním na susedné voľné políčko, ktoré s tým pôvodným susedilo stranou. Začína Knihovec a vyhráva vtedy, keď sa mu po konečnom počte ťahov podarí dostať svoje kamienky na dve políčka, ktoré susedia stranou. Má Knihovec výhernú stratégiu alebo mu v tom vie Ostrihovač zabrániť? Výherná stratégia je postup, podľa ktorého keď jeden hráč hrá, tak vyhrá bez ohľadu na ťahy súpera.

Úloha 6

Do školy chodí 1085 detí zo všetkých rodov. Každé dieťa pozná minimálne 33 ďalších detí tejto školy tak, že poznania sú vzájomné. Dokážte, že vieme okolo stola posadiť 4 deti z tejto školy tak, že každé pozná oboch svojich susedov.

Poradie po 1. sérii letného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 6.	Richard Semanišin	Z8	GAlejKE	9	9	9	9	9	9	54
	Stanislav Beneš	Z8	GJNHPha	9	9	9	9	9	-	54
	Alena Chladná	Z9	GAMČABA	9	9	9	9	9	9	54
	Adam Horváth	Z8	GAlejKE	9	9	9	6	9	9	54
	Hana Lascsáková	Z7	ZHronKE	9	9	9	9	9	9	54
	Marko Vasiľ	Z7	GAlejKE	9	9	9	9	9	-	54
7. - 13.	Richard Futáš	Z8	ZPAngKE	9	9	9	8	5	9	53
	Marek Mičko	Z8	ZKro4KE	9	8	9	-	9	9	53
	Filip Feher	Z8	ZPAngKE	9	9	9	9	8	8	53
	Elena Mikušová	Z7	GAMČABA	9	9	9	8	9	-	53
	Jakub Jančiga	Z8	ZGoraZA	8	9	9	9	7	9	53
	Alica Bágeľová	Z7	GAMČABA	9	9	9	8	0	9	53
	Nelly Hašková	Z8	GAlejKE	9	9	9	8	9	-	53
14.	Vojto Bálint	Z9	CZRZaZA	9	9	9	9	7	9	52
15.	Jakub Tomasz	Z8	ZKro4KE	9	9	9	8	8	-	51
16.	Dominik Feňovčík	Z9	ZBeleKE	9	9	9	3	8	9	47
17.	Rudolf Gális	Z8	GAlejKE	6	9	9	8	-	7	46
18. - 21.	Hana Erdélyiová	Z9	GAMČABA	9	9	9	9	9	-	45
	Tomáš Urmanič	Z8	GAMČABA	9	9	9	-	-	9	45
	Matúš Varhoľák	Z7	ZSCaMKE	9	9	9	9	-	-	45
	Branislav Jendroľ	Z7	ZČeskáBA	9	9	9	9	-	-	45
22. - 23.	Emilián Frischer	Z8	GAlejKE	6	9	9	8	5	6	44
	Tomáš Cabúk	Z9	SGFutKE	6	9	9	9	2	9	44
24.	Michal Revický	Z9	GJARMPO	9	9	3	6	9	7	43
25. - 26.	Zoran Pšenica	Z7	GAlejKE	6	9	9	9	-	-	42
	Ondrej Mrážik	Z7	GAlejKE	9	8	9	7	-	-	42
27. - 28.	Jakub Katrák	Z9	ZPoliKE	9	9	9	3	2	9	41
	Martin Štefanides	Z8	GAMČABA	9	9	9	7	0	-	41
29. - 30.	Alica Földesová	Z8	VSCharlott	6	9	6	4	6	6	39
	Simona Stahovcová	Z8	ZPAngKE	9	9	9	6	-	-	39
31. - 32.	Marek Žežula	Z7	GAlejKE	9	9	-	9	2	-	38
	Matus Ujlaky	Z8	ZPAngKE	6	9	9	8	0	-	38
33.	Pavol Fejko	Z7	ZZalužice	5	7	9	7	2	-	37
34. - 35.	Adam Feher	Z7	ZPAngKE	8	9	7	4	-	-	36
	Tomáš Budaj	Z7	ZPAngKE	4	8	9	7	-	-	36
36. - 37.	Hana Ihnátová	Z9	ZObcSeč	9	9	9	8	-	-	35
	Zoja Ondrišeková	Z8	GAMČABA	4	9	9	8	1	-	35
38.	Patrik Murín	Z8	ZKro4KE	9	6	9	5	-	-	34
39.	Marek Babuščák	Z8	GAlejKE	9	9	9	3	-	-	33
40.	Marek Štefanides	Z9	GBilíBA	9	7	9	7	0	-	32
41.	Kristína Vojtašková	Z8	ZBe16KE	5	8	7	4	2	-	30
42.	Lýdia Mikušáková	Z8	GAlejKE	7	9	9	-	-	2	29
43. - 45.	Jakub Porubsky	Z8	ZPAngKE	9	9	9	-	-	-	27
	Dávid Borták	Z7	ZKro4KE	9	9	-	-	-	-	27
	Paulína Pastuchová	Z8	ZBe16KE	8	7	3	6	0	-	27
46.	Katarína Tóthová	Z8	ZHôrky	9	7	9	-	-	-	25
47.	Filip Komjáti	Z7	GAlejKE	5	8	3	0	2	-	23
48.	Patrik Sklenár	Z8	GTVanSL	4	9	-	7	0	-	20
49.	Kristofer Noel Rjabinčák	Z8	ZKro4KE	9	9	-	-	-	-	18

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
50.	Leonie Kecer	Z9	GOpatKE	3	6	2	0	0	4	15
51. - 52.	Andrej Onderišin	Z7	ZKro4KE	4	6	-	-	-	-	14
	Oliver Emanuel Tomečko	Z7	GAlejKE	4	4	2	-	-	-	14
53.	Sandra Futášová	Z8	ZPAngKE	4	-	9	-	-	-	13
54.	Richard Varecha	Z7	ZKro4KE	0	-	-	0	-	-	0

Názov: *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • Apríl 2025 • Letný semester 38. ročníka

Web: `matik.strom.sk`

E-mail: `matik@strom.sk`

Riešenia: Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese `riesenia@strom.sk`

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.