Číslo 5 • April 2006 **Letný semester 30. ročníka (2005/2006)**

STROM

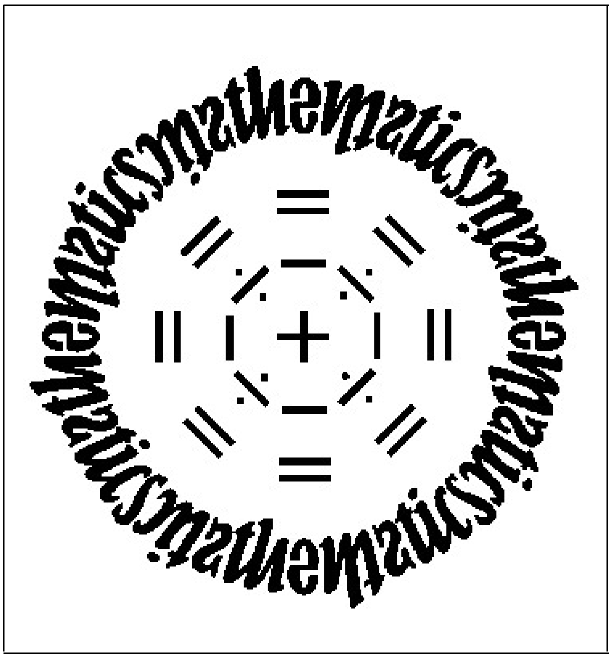
Korešpondenčný matematický seminár

Ahojte, počtári!

Veru tak, kúsok meškáme, a keď si čítate časopis, už ste poslali i poslednú sériu STROMu. Tak, a teraz uz len veriť, že vám dáme čo najviac bodov a vy nebudete náhradníkmi. Snáď sa nám podarilo potrápiť vaše mozgové závity, premazať všetky šrubky v hlave a nenechať šedú kôru mozgovú spať. No a na tých, ktorí rátali najpoctivejšie, prípadne poctivo uspeli na Matboji, čaká sústredenie. Kde? Kedy? Za koľko? No to ešte netušíme. Ale nabudúce snáď prezradíme.

Tak hor sa do opravovania známok, ak ste zanedbali školu pre milovaný STROMček a už sa na vás tešíme na sústredení.

Vaši **STROM**isti.



Sú**STROM**enie Kojšov 2006

19. – 24. február 2006. Okrem Olympijských hier v Turíne sú tu i ďalšie olympijské hry. Zimné olympijské hry, aké Kojšov ešte nezažil!! Niekoľko reprezentujúcich krajín sa zapojilo do boja o cenné olympijské kovy. Boli to okamihy, na ktoré spomíname ešte aj dnes, 2 mesiace po ich skončení.

Hneď v úvodný deň sme si odniesli silný umelecký zážitok z veľkolepého otváracieho ceremoniálu, kde sme zapálili olympijský oheň a vztýčili vlajku. So vztýčenou vlajkou nad nami povievala aj neuveriteľne neopísateľná atmosféra. Súčasťou ceremoniálu boli i výjavy z minulosti okolia Kojšova. Záver ceremoniálu umocnila holubica mieru v podaní športovcov z radov usporiadateľov (vedúcich).

Každý deň sme sa po rannom rozkorčuľovaní na hokeji, utužení kondičky na krvbale a prevetraní mozgových buniek pustili do boja o zbieranie olympijských bodov pre svoju reprezentáciu. Írsko, Estónsko, Bulharsko a Portugalsko ukazovali svoju silu každý deň, no zahanbiť sa nedali ani Nigérijčania (Kekelama kekelama Nigeria :-)), či Rusi (ktorí v krasokorčuľovaní obhájali zlato spred štyroch rokov :-)).

Čo by to ale bola za olympiáda, keby prebehla úplne bez problémov? Preto sme sa museli popasovať s niekoľkými problémami, objasniť čudné správanie niektorých ľudí, ktorí boli zneužití experimentom. Samozrejme, že sa nám to podarilo, a tak bulvárne plátky nemali o čom písať, nakoľko nič z toho neprepuklo v žiadnu aféru.

Na záver olympiády sa s nami rozlúčili športovci, ktorí sú už príliš starí na štart na ďalších hrách, a tak nám neostáva zaželať im nič iné, len to, nech sa im na dôchodku darí a našej mládeži odkázať, nech usilovne trénujú, aby sme sa nabudúce stretli zas.

TéEmEm

Už tradične, aj tento rok organizuje Združenie Strom Tábor Mladých Matematikov. Je určený pre tých z vás, ktorí v školskom roku 2006/2007 budú v 8. alebo 9. ročníku základnej školy a 1. alebo 2. ročníku strednej školy. Žiaci osemročných gymnázií sa môžu TMM zúčastniť, ak budú v šk. roku 2006/2007 v tercii, kvarte, kvinte alebo sexte.

Tábor sa tohto roku uskutoční 8. – 18. augusta v ŠvP Drienica v okrese Sabinov. Cena tábora nepresiahne 3 650 Sk. V cene je započítané ubytovanie, strava 5-krát denne a spoločná cesta na tábor a z tábora. Ak máš nezamestnaného rodiča a rád by si sa tábora zúčastnil, ponúkame ti možnosť sociálneho príspevku na tábor vo výške 30% účastníckeho poplatku (informuj sa).

Takže ak máš alebo poznáš niekoho, kto by mal o tábor záujem, na stránke tábora `www.strom.sk/tabory` nájdeš všetky potrebné informácie. Prípadne sa ozvi mailom na adresu `kuiso@strom.sk` a my Ti zašleme prihlášku na tento tábor.

Komentáre k úlohám 3. série 30. ročníka

1. Opravoval: Viktor Kuzder **Počet riešiteľov: 37**
Najoriginálnejší riešitelia: Všetci 5-bodoví
Drvivá väčšina riešiteľov si s úlohou poradila. Nebolo na nej nič ťažké. Stačilo sa pozrieť, ako sa správajú jednotlivé molekuly pri reakciách. Počet červených molekúl sa menil len pri reakcii 2 červené molekuly na 1 bielu, a to o dve molekuly. V ostatných reakciách sa počet červených molekúl zachováva. Keďže na začiatku bol nepárny počet červených molekúl, tak posledná musela ostať červená.

2. Opravoval: Róbert Robko Hajduk **Počet riešiteľov: 37**
Najoriginálnejší riešitelia: Lenka Matejovičová, Nikola Špesová, Peter Zavacký
Úloha to veru nebola ťažká, kto sa posnažil a poslal tento príklad, skoro s istotou sa mohol radovať z 5 bodov. Len šiesti z vás dostali menej bodov, a to za drobné nepresnosti, ako nepresné dovysvetlenie svojich myšlienok, prípadne malá chyba v úvahe. Presnejšie tou chybičkou bolo, že ak ste chceli dopĺňať číslo 515 (áno, to bolo to najmenšie číslo s danou vlastnosťou), tak ste prehlásili, že je jedno, koľko dám 1 medzi čísla 5 na okrajoch. A to, bohužiaľ, nie je pravda. Ináč ste ma milo prekvapili, viacerí z vás našli iné nekonečné možnosti, ako rozširovať toto číslo. A nakoniec - čo bolo odmenené hlasom? To, že ste napísali do riešenia viacero spôsobov rozširovania.

3. Opravoval: Tomáš Lučivjanský **Počet riešiteľov: 23**
Najoriginálnejší riešitelia: Alex Kuncová
Táto úloha je celkom v pohode, ak objavíme, čo platí pre body zo zadania. Ak neobjavíme nič, tak sa obvykle zamotáme a neporadíme si s ňou. Preto si myslím, že je dobré, ak si najprv nie pokusne načrtneme, ale NARYSUJEME (pokiaľ možno čo najpresnejšie) trojuholník a v ňom dané body zo zadania a kružnicu tomuto trojuholníku opísanú. A ak je ten nárysok :) dosť presný, tak sa dá zbadať čo? Dá sa zbadať to, že bod, ktorý dostaneme ako prienik osi uhla ACB a osi strany AB, leží na kružnici opísanej hľadanému trojuholníku! Takže doriešiť túto úlohu je už potom fakt celkom triviálne. Tí, ktorí na toto neprišli, sa snažili vyriešiť úlohu pomocou podobností a nejakých rovnoľahlostí, ale nikomu, kto šiel takouto cestou, sa to nepodarilo…

4. Opravoval: Ján Kuiso Kuis **Počet riešiteľov: 20**
Najoriginálnejší riešitelia: Nikola Špesová, Katka Povolná
Vaše riešenia boli veľmi podobné. Skoro všetci ste predelili čísla štvorkou a uvedomili si,

že ak sa v pôvodnej postupnosti mala nachádzať druhá mocnina, tak sa musí nacházať aj v postupnosti $3611, 36111, 36111, \ldots$ Tiež ste zistili, že iba 1^2 a 9^2 dáva na konci jednotku. A potom ste preskúšali všetky dvojciferné čísla končiace na 1 a 9 a prišli ste na to, že žiadne nekončí na 11. Úspešnosť príkladu bola veľmi vysoká. Zrejme dokonca najvyššia z príkladov, ktoré som doteraz opravoval. Najmä ak je príklad taký pomerne jednoduchý a krátky, tak keď už máte riešenie, pokúste sa ho napísať prehľadne a čo najjednoduchšie.

5. Opravoval: Dávid Hudák **Počet riešiteľov: 29**
Najoriginálnejší riešitelia: Vladimír Boža, Nikola Špesová, Tomáš Kocák
Úloha bola pekná a zaujímavá, zvládli ste ju skvele, veď priemer bodov bol skoro 4,4. Hodnotil som obe časti zvlášť. Časť a) ste mali všetci správne, strhával som len za odfláknuté odpovede. A v časti b) to už bolo jednoduché. Presvedčil ma aj rysovaný obrázok. Všetkým, ktorí sa nepustili do tejto úlohy, alebo sa im nepodarilo dotiahnuť ju úplne, odporúčam sa s tým pohrať. Ostatným 5-bodovým blahoželám.

6. Opravoval: Feri Kardoš **Počet riešiteľov: 11**
Najoriginálnejší riešitelia: Michal Petrucha, Michal Sudolský
Keď opustíme kontext výletu, úlohou bolo nájsť postup, ako ľubovoľné prirodzené číslo napísať ako súčet piatich tretích mocnín nejakých celých čísel.

Základná myšlienka, ako si poradiť s touto úlohou, bola nasledovná: Pomocou štyroch tretích mocnín vieme vyrobiť ľubovoľné celé číslo deliteľné šiestimi, konkrétne číslo $6n$ vieme dostať ako

$$6n = (n+1)^3 + (n-1)^3 - n^3 - n^3.$$

Teraz keď dostaneme číslo x, tak stačí nájsť jednu tretiu mocninu, ktorá dáva po delení šiestimi rovnaký zvyšok ako dané číslo x. Rozdiel (ktorý už je deliteľný šiestimi) potom vieme napísať pomocou ostávajúcich štyroch tretích mocnín (rozmyslite si to poriadne!). Nájsť vhodné čísla nie je ťažké, napríklad čísla 0^3, 1^3, 2^3, 3^3, 4^3 a 5^3 dávajú po delení šiestimi zvyšok postupne 0 až 5. Hotovo.

Skoro všetky správne riešenia sa držali tejto myšlienky. Namiesto čísel 0 až 5 niektorí použili aj napr. -2 až 3 a podobne. Komu sa podarilo objaviť, že pomocou štyroch tretích mocnín sa dajú vyrobiť všetky násobky šiestich, ten už nemal veľmi kde zísť z cesty, a teda získal plný počet bodov. Škoda len, že prišlo tak málo riešení.

7. Opravoval: Riki Gál **Počet riešiteľov: 11**
Najoriginálnejší riešitelia: 5-bodoví
Ahojte všetci Stromáci. Táto úloha sa dala riešiť viacerými spôsobmi, takže každý si tu mohol nájsť to svoje, obľúbené. Jednotlivé spôsoby sa od seba odlišovali prehľadnosťou, no čo je ešte dôležitejšie, pri niektorých riešeniach často dochádzalo k zaokrúhľovaniu výsledkov, čo matematika ako jedna z tých exaktnejších vied vidí veľmi nerada. Takže k veci: Určitá skupina z vás sa pustila cestou sínusovej vety (uplatnenej na nejednom trojuholníku). Niektorí ste chvályhodne používali len známe pekne vyčísliteľné hodnoty, toho "nepekného" ste sa zbavili až na konci nejakými súčtovými vzorcami. O tých druhých tu už bola reč, tí sa jednoducho až priveľmi skamarátili s tetou kalkulačkou, ktorá im ale vyhadzovala len samé nepresné výsledky, a tak im neostávalo nič iné ako zaokrúhľovať. A za to išli samozrejme aj nejaké tie bodíky dolu. Potešilo ma však, že poniektorí ste opustili drevorubačské zdolávanie tohto príkladu a snažili ste sa v ňom objaviť skryté čaro prostredníctvom odhaľovania rovnostranných či rovnoramenných trojuholníkov. Tam som na oplátku prideľoval i nejaké tie hlasy navyše. Na záver ešte jedno upozornenie. V geometrii neplatí: pomer strán sa rovná pomeru uhlov. Skúste sa zamyslieť za pomoci spomínanej sínusovej vety.

8. Opravoval: Feri Kardoš **Počet riešiteľov: 10**
Najoriginálnejší riešitelia: Tomáš Rizman, Michal Sudolský
V tejto úlohe išlo o to, nájsť najmenšie číslo s troma podriadenými. Ako už napovedá zadanie, najdôležitejšie bolo nevzdať to. Totiž ak niekto úlohu riešil tak, že postupne skúšal čísla dvojciferné, trojciferné, štvorciferné, atď., tak musel mať dosť veľa trpezlivosti, kým prišiel k tomu správnemu počtu cifier…

To podstatné sa ukrýva v prechode cez desiatku. Pozrime sa na to, ako sa zmení nadriadený daného čísla, ak číslo zväčším o 1. Ak posledná číslica daného čísla nie je deviatka, tak nadriadený sa zväčší o 2. V prípade, že dané číslo končí na jednu deviatku, nadriadený sa zmenší o 7. Preto prechodom cez desiatku sa nadriadení dvoch čísel nemôžu rovnať (kvôli parite). V prípade, že dané číslo končí na dve deviatky, jeho zväčšením o 1 sa nadriadený zmenší o 16, takže tu už dochádza ku stretu - keď vhodné číslo postupne zväčšíme o 9, pričom jedno z týchto zväčšení bude prechod cez stovku, tak dostaneme to isté nadriadené číslo. Podobne vieme nájsť dvoch podriadených tam, kde dochádza k prechodu cez tisícku, cez desaťtisícku, atď. (rozmyslite si to!)

Aby dané číslo malo (aspoň) troch podriadených, musia sa takéto dva prechody (napr. cez stovku a cez miliardu) prekryť. Po dôkladnej úvahe sa dá prísť na to, že najmešie takéto číslo má 14 cifier (skúste ho nájsť sami!!!).

Toto skvelé číslo objavilo len veľmi málo riešiteľov (slovom traja), tí, ktorí to však nevzdali, si zaslúžia pochvalu. Ozaj, viete si predstaviť, ako sa tie miliardy a miliardy čísel na planétu Gabriela pomestia? :-)

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice

Názov: STROM — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • April 2006 • Letný semester 30. ročníka (2005/2006)
Internet: `http://seminar.strom.sk`
E-mail: `strom@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`