



Nezúfajte!

Koniec zimy je vraj najdepresívnejšie obdobie roka. Vianoce za nami, novoročné predsavzatia uzavreté a výhovorky, prečo sa naďalej flákať, nejak strácajú platnosť. Žiaľbohu, a niekedy je to aj chvalabohu, že žiaľbohu, sa aj v tomto roku nájde niečo zmysluplné, čo sa dá robiť. Podľa vašich horoskopov je to práve počítanie príkladov 1. letnej série STROMu. Tak hurá do toho!

(Odporúča 10 z 9 **STROM**istov.)

Náboj

Nezadržateľne sa k nám blíži aj najväčšia tímová súťaž roku, a to náš obľúbený Náboj. Tento rok sa uskutoční 7. 4. 2017. Zapoja sa mestá Bratislava, Košice, Praha, Opava, Passau, Linz, Krakov, Wroclav, Varšava, Gdynia, Budapešť a Veszprém, takže konkurencia bude naozaj vysoká. Ak o súťaži veľa neviete a chcete by ste sa so svojou školou zapojiť, prípadne získať nejaké informácie navyše, navštívte <http://math.naboj.org/>. Detaily sa budú čoskoro posilať aj na školy. **STROM**áci sa na vás už tešia v Košiciach :)



2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejno-prospešným organizáciám, ako sme my (dokonca niektorí až 3%).

Peniaze získané z 2% v **STROME** využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústreďeniach, ...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a kludne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cielavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústreďenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke <https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/> a radi vám zodpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na info@strom.sk. Ďakujeme!

Čo je seminár STROM?

Seminár **STROM** (Súťaž Talentovaných Riešiteľov Oblubujúcich Matematiku), organizovaný Univerzitou Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedeckou fakultou a Združením STROM, je pokračovateľom najstaršej súťaže svojho druhu v bývalom Česko-Slovensku, ktorá vznikla pod názvom Korešpondenčný matematický seminár v roku 1976 v Košiciach. Tento seminár je *bezplatný* a je určený najmä pre študentov stredných škôl, no do riešenia sa kludne môžu zapojiť aj mladší. Každý školský rok čakajú na riešiteľov dva semestre, v ktorých dostanú zadania dvoch sérií príkladov.

Tí najlepší riešitelia sa potom dostanú na týždňové sústreďenie a zažijú veľa zábavy. Sústreďenia na konci semestrov majú byť pre žiakov odmenou a zároveň motiváciou pre pokračovanie a zlepšovanie sa v riešení matematických seminárov.

Samotná korešpondenčná časť je v priebehu roka dopĺňovaná rôznymi akciami. Každoročne organizujeme Matboj, matematickú súťaž pre družstvá, ale aj zábavné hry, výlety alebo športové stretnutia. Naším cieľom je ukázať žiakom krásu matematiky, niekedy aj netradičným a hravým spôsobom. Preto dúfame, že náš seminár a s ním spojené akcie si nájdu svojich stálych nadšencov v radoch žiakov, ale aj podporovateľov v radoch učiteľov.

Pokyny pre riešiteľov

Seminár je určený pre žiakov prvého až štvrtého ročníka stredných škôl a príslušných tried osemročných a bilingválnych gymnázií. Zapojiť sa môžu aj žiaci nižších ročníkov; v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako prváci. STROM je súťaž jednotlivcov a riadi sa organizačným poriadkom zaregistrovaným na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2016-9485/41562:71-10E0.

Prihlásenie do semestra prebieha online, na našej webovej stránke <http://seminar.strom.sk>. Ak si novým riešiteľom, alebo ešte nemáš vytvorený účet, zaregistruj sa a vyplň povinné údaje v užívateľskom profile - odkaz **Aktualizovať profil** v sekcii **Správa účtu**. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s Tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole (prázdniny, ...), v prípade pozývania na sústredenie a tiež, aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti semináru. Na tejto stránke nájdeš takisto svoje opravené a obodované riešenia, bez ohľadu na to, ako si ich poslal.

Prihláška (vyplnenie profilu) je **povinná pre všetkých riešiteľov**. Úlohy, ktoré sa nedajú priradiť k užívateľovi s korektno vyplneným profilom, **nebudú opravené**.

Úlohy riešte zásadne samostatne, neodpisujte, v riešeníach vysvetľujte celý svoj myšlienkový postup ako v Matematickej olympiáde. Svoje riešenia môžete poslať poštou alebo cez našu webovú stránku, nie odovzdávať osobne. Pri opravovaní sa držíme zásady, že čo sa nedá prečítať, nemôže byť ohodnotený bodmi. Preto zvažte, či nenapíšete svoje riešenia na počítači. Riešenia poštou zasielajte do uvedeného termínu (rozhoduje dátum poštovej pečiatky) na adresu

PF UPJŠ
STROM
Jesenná 5
041 54 Košice.

Elektronické odovzdávanie je možné do uvedeného termínu cez nový webový portál na stránke seminar.strom.sk. Súbor s riešením odovzdáte jednoducho po prihlásení do svojho užívateľského účtu - tlačidlo **Odovzdať** pri konkrétnom príklade v sekcii **Príklady**. Úlohy odovzdávajte primárne vo formáte PDF, portál na vaše riziko zvládne aj konverziu z iných formátov ako je JPG, PNG, či DOC.

V prípade technických problémov na našej strane posielajte riešenia na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk vo formáte PDF.

Riešenie každej úlohy píšete na samostatný papier **formátu A4**, respektíve do samostatného súboru, na výšku s **menom, školou, triedou a číslom úlohy**. Ak by vám nebolo jasné zadanie niektorej úlohy, obráťte sa na nás prostredníctvom komentárom k úlohám na našej stránke, cez e-mail strom@strom.sk alebo osobne.

Bodovanie úloh závisí od kvality riešenia. Za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžete získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh. Preto sa nebojte poslať aj svoje neúplné riešenia. Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

- štvrtáci, oktáva:** všetky vyriešené úlohy
- treťiaci, septíma:** všetky vyriešené úlohy
- druháci, sexta:** päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh
- prváci, kvinta a mladší:** päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Príklad použitia pravidiel:

Štyria bratia, štvrták Vlado, tretiak Fero, druhák Jaro a prvák Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Fero tiež získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$ bodov. Jasné, nie?

Varovania (!!!). Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú za odpisovanie a za poslanie riešení po termíne. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie). V prípade, že nie ste spokojní s bodovým ohodnotením vášho riešenia, môžete nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia zaslať poštou sťažnosť a tá bude prešetrená.

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Zúčastňujú sa ho riešitelia korešpondenčných sérií na základe poradia po korešpondenčných sériách danej časti ročníka. Sústredenia sa môžu zúčastniť aj úspešní riešitelia iných matematických súťaží organizovaných PF UPJŠ v Košiciach a Združením STROM, ak to kapacitné možnosti umožnia. Sústredenie je určené najmä pre študentov stredných škôl (a im príslušných ročníkov na osemročnom gymnáziu), mladší žiaci (tí, ktorí počas sústredenia nie sú stredoškôlkami) sú pozvaní ako náhradníci. Ďalší účastníci a náhradníci sú pozývaní podľa poradia **STROMu** (respektíve matematickej súťaže Matboj alebo Náboj); nie však tí riešitelia, ktorí už majú maturitu za sebou.

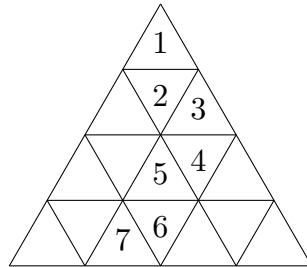
Zadania úloh letného semestra 41. ročníka

Ak náš seminár riešiš prvýkrát, nezabudni si vytvoriť a vyplniť profil na našej stránke
<https://seminar.strom.sk>

1 Prvá séria

Termín odoslania riešení: **27. 3. 2017**

- Štvorec s obsahom 5 je pokrytý 9 mnohouholníkmi s obsahom 1. Dokážte, že existujú dva mnohouholníky, ktorých prienik má obsah aspoň $1/9$.
- Na tabuli sú napísané čísla 1, 2, ..., 17. Čísla zotierame tak, že z nezotretých čísel si vyberieme ľubovoľné číslo k a zotrieme všetky delitele čísla $k + 17$. Je možné zmazať všetky čísla?
- Rovnostranný trojuholník je rozdelený na n^2 zhodných trojuholníkov (napr. obrázok pre $n = 4$). Niektoré z nich sú očíslované číslami od 1 do m tak, že susedné čísla sú vpísané do susedných trojuholníkov – majú spoločnú stranu. Dokážte, že $m \leq n^2 - n + 1$.



- Biologička Janka pozoruje chameleóna, ktorý chytá muchy. Chameleón má však prešpekulované pravidlá, ako bude pri chytaní múch oddychovať. Pred prvou chytenou muchou oddychuje 1 minútu. Pred každou $2m$ -tou muchou oddychuje toľko minút, ako oddychoval pred m -tou muchou. Pred každou $(2m + 1)$ -ou muchou oddychuje o minútu viac, ako oddychoval pred m -tou muchou. Keď skončí niekoľko minútový oddych, chameleón okamžite chytí muchu a opäť začne oddychovať. Zistite:
 - Kolkátu muchu chytil chameleón po tom, čo prvý krát oddychoval 7 minút bez chytania?
 - Po akom dlhom oddychu chytil chameleón svoju 2047-mu muchu?
- Je daný tetivový päťuholník $ABCDE$ taký, že $|AB| = |BC|$. Bod P je priesečník priamok BE a AD a bod Q je priesečník priamok CE a BD . Priamka určená bodmi PQ pretne opísanú kružnicu v bodoch X , Y . Dokážte $|BX| = |BY|$.
- Nech a, b, c sú kladné reálne čísla také, že $abc = 1$. Dokážte, že

$$\frac{a + b + c + 3}{4} \geq \frac{1}{a + b} + \frac{1}{a + c} + \frac{1}{c + b}.$$

2 Druhá séria

Termín odoslania riešení: **9. 5. 2017**

1. Dokážte, že ak p, q sú kladné celé čísla, tak kladným celým číslom je aj

$$\frac{10^{p+q} + 2 \cdot 10^q + 2 \cdot 10^p + 4}{36}.$$

2. Dokážte, že v ľubovoľnom konvexnom mnohoúhľovníku (okrem rovnobežníka) možno vybrať tri strany tak, aby priamky nimi určené tvorili trojuholník, v ktorom je daný mnohoúhľovník obsiahnutý.
3. V každom vrchole štvorca máme 1 kamienok a v každom kroku môžeme previesť nasledujúcu operáciu: z ľubovoľného vrcholu zoberieme niekoľko kamienkov (najviac toľko, koľko ich tam je) a pridáme dvakrát viac kamienkov na niektorý zo susedných vrcholov. Je to možné robiť tak, aby sme na konci vo vrcholoch dostali (zaradom po obvode) 2016, 2015, 2017 a 2016 kamienkov?
4. Nájdite všetky kladné celé čísla n , ktoré sa nedajú zapísať v tvare $n = [a, b] + [b, c] + [c, a]$, pričom a, b, c môžu byť ľubovoľné kladné celé čísla. Pozn: $[a, b]$ označuje najmenší spoločný násobok čísel a, b .
5. Na odvesnách AC a BC pravouhlého trojuholníka ABC sú zvolené postupne body K a L a na prepone bod M tak, že platí $|AK| = |BL| = a$, $|KM| = |LM| = b$ a uhol KML je pravý. Dokážte, že $a = b$.
6. Univerzálnou postupnosťou čísel $1, 2, \dots, n$ nazveme takú (konečnú) postupnosť týchto čísel, že vyčiarknutím niektorých jej členov z nej dostaneme ľubovoľnú permutáciu týchto čísel (napr. $1, 2, 3, 1, 2, 3, 1$ je univerzálna postupnosť čísel $1, 2, 3$, lebo ľahko preveríme, že všetky permutácie, t.j. $1, 2, 3; 1, 3, 2; 2, 1, 3; 2, 3, 1; 3, 1, 2; 3, 2, 1$ vzniknú vyčiarknutím niektorých jej členov). Nájdite najkratšiu univerzálnu postupnosť čísel $1, 2, 3$ a potom aj čísel $1, 2, 3, 4$ a dokážte, že kratšie neexistujú.

Názov	STROM – korešpondenčný matematický seminár Číslo 4 • Február 2017 • Letný semester 41. ročníka (2016/2017)
Internet:	http://seminar.strom.sk
E-mail:	strom@strom.sk
Organizátor:	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice