

1. ÚLOHA

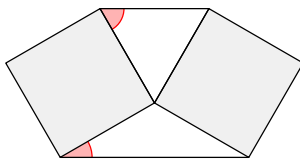
Opravovali: **Mišo Revický & Ľubo Vargovčík**

Najkrajšie riešenie: **Peter Pavol Ihnát**

Počet riešení: **76**

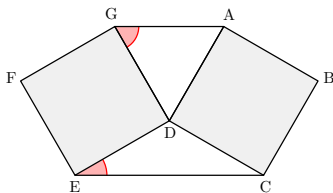
ZADANIE

Ovčie ohrady sú v tvare dvoch rovnakých štvorcov s jedným spoločným vrcholom. Aký je súčet vyznačených uhlov?



VZOROVÉ RIEŠENIE

Označíme si všetky vrcholy ako na obrázku.



Zo zadania vieme, že štvorce $ABCD$ a $EFGD$ sú zhodné, preto platí $|DE| = |CD|$ a $|DG| = |AD|$. Z toho vyplýva, že trojuholníky EDC a GDA sú rovnoramenné so základňami EC a GA . Preto platí, že $\angle DEC = \angle ECD$ a $\angle DGA = \angle DAG$.

Všimnime si, že uhly pri bode D tvoria plný uhol, čiže majú v súčte veľkosť 360° :

$$\angle EDG + \angle ADC + \angle EDC + \angle GDA = 360^\circ$$

Vieme, že uhly $\angle EDG$ a $\angle ADC$ majú veľkosť 90° . Z toho vyplýva, že

$$\angle EDC + \angle GDA = 180^\circ$$

Súčet všetkých vnútorných uhlov v trojuholníkoch EDC a GDA je dokopy 360° . Odrátaním uhlov, ktoré sa nachádzajú v strede pri bode D dostaneme

$$\angle DAG + \angle DGA + \angle DEC + \angle DCE = 180^\circ$$

Vieme však, že $\angle DAG$ a $\angle DGA$ sú zhodné, takže ich môžeme oba označiť α . To isté platí aj o uhloch $\angle DEC$ a $\angle DCE$, ktoré označme β . Čiže platí

$$\angle DAG + \angle DGA = 2\alpha$$

$$\angle DEC + \angle DCE = 2\beta$$

A z toho nám krásne plynie

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

Súčet vyznačených uhlov teda je 90° .

KOMENTÁR

Veľká časť z vás usúdila z obrázka, že horný trojuholník je rovnostranný. To sa však v zadaní nikde nespomína ani to z ničoho nevyplýva. Pravdou je, že horný trojuholník je iba rovnoramenný, rovnako aj ten spodný, čo sa pre oba z nich dá jednoducho zo zadania odvodiť.

V podobných úlohách si preto dávajte pozor na obrázky. Platí, že ak v nich niečo nie je priamo vyznačené alebo spomenuté v zadaní, nemusí to vôbec platiť.