

1. ÚLOHA

Opravovali: **Tomáš Lang & Jano Richnavský**

Najkrajšie riešenia: **Hana Lascsová & Ondrej Medo**

Počet riešení: **64**

ZADANIE

V Mišovej triede s 19 žiakmi sú takí, ktorí vždy len klamú, takí, ktorí vždy len hovoria pravdu a takí, ktorí niekedy klamú a inokedy hovoria pravdu. Vieme, že žiakov, ktorí vždy hovoria pravdu, je viac ako tých, ktorí niekedy klamú a inokedy hovoria pravdu. Každý zo žiakov povie jedno tvrdenie.

- Sedem žiakov tvrdí: „V našej triede sú aspoň traja žiaci, ktorí vždy klamú.“
- Ďalších sedem žiakov tvrdí: „V našej triede sú aspoň piati žiaci, ktorí vždy klamú.“
- Päť zvyšných žiakov tvrdí: „V našej triede sú aspoň ôsmi žiaci, ktorí vždy klamú.“

Koľko žiakov v triede vždy klame?

VZOROVÉ RIEŠENIE

Začnime s posledným tvrdením, ktoré vraví, že klamárov je aspoň 8. Ak by toto tvrdenie bolo pravdivé, všetky tri skupiny žiakov by tvrdili pravdu, takže ani v jednej zo skupín by sa nemohol nachádzať klamár. Teda klamárov by v tejto možnosti bolo 0. To je však v rozpore s tým, že ich musí byť aspoň 8. To znamená, že **posledný výrok musí byť nepravdivý** a klamárov je preto menej ako 8.

Presným opakom toho, čo sme si práve ukázali, je prvé tvrdenie, že klamári sú aspoň 3. Ak by bolo toto tvrdenie nepravdivé, aj ďalšie dve tvrdenia by boli nepravdivé, pretože by ich bolo menej ako 3. To by znamenalo, že v triede mesmie byť žiadny pravdovravec. To je v rozpore s informáciou

zo zadania, ktorá hovorí, že pravdovravcov musí byť viac ako tých, ktorí niekedy hovoria pravdu a inokedy klamú. To nastať nemôže, keďže nemôžeme mať záporný počet žiakov, ktorí niekedy hovoria pravdu a inokedy klamú, preto je **prvé tvrdenie určite pravdivé** a klamári sú aspoň 3.

Ak by bolo druhé tvrdenie nepravdivé, znamenalo by to, že klamárov je menej ako 5. V takom prípade by pravdovravcov mohlo byť najviac 7 (počet žiakov, ktorý tvrdí prvé pravdivé tvrdenie). Klamári však môžu byť najviac 4. Zvyšní žiaci, ktorí tvrdia druhé a tretie nepravdivé tvrdenie, musia byť tí, ktorí niekedy hovoria pravdu a inokedy lož. Tých je však 8. To znamená, že takých, čo to striedajú, je aspoň toľko. To je ale viac ako pravdovravcov, čo je v rozpore so zadaním. Preto musí byť **druhé tvrdenie pravdivé** a klamárov je aspoň 5.

Teraz už vieme, že nepravdivý výrok je len jeden – posledný, ktorý tvrdí 5 žiakov. To znamená, že klamárov môže byť najviac 5, keďže všetci ostatní tvrdia pravdu. My z tvrdení vieme, že ich je zároveň aspoň 5, to znamená, že máme práve jedno riešenie.

Zvyšní 14 žiaci môžu byť aj pravdovravci, aj tí, čo niekedy hovoria pravdu a inokedy klamú. Dôležité je, že mohla nastať taká situácia, že pravdovravcov je viac ako tých, čo to striedajú (napr. 13 pravdovravcov a 1 striedavý, ktorý práve hovorí pravdu), a teda naše riešenie vie splniť všetky požiadavky zo zadania.