

2. ÚLOHA

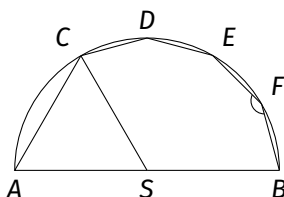
Opravovali: **Lujza Milotová & Naty Tkáčová**

Najkrajšie riešenia: **Liliana Kováčsová & Pavol Gregor Ihnát**

Počet riešení: **61**

ZADANIE

Námestie má tvar polkruhu s priemerom AB , stredom S a bodmi C, D, E a F na kružnici ako na obrázku. Vieme, že trojuholník ASC je rovnostranný a že úsečky CD, DE, EF a FB sú všetky rovnako dlhé. Zistite veľkosť uhla EFB .



VZOROVÉ RIEŠENIE

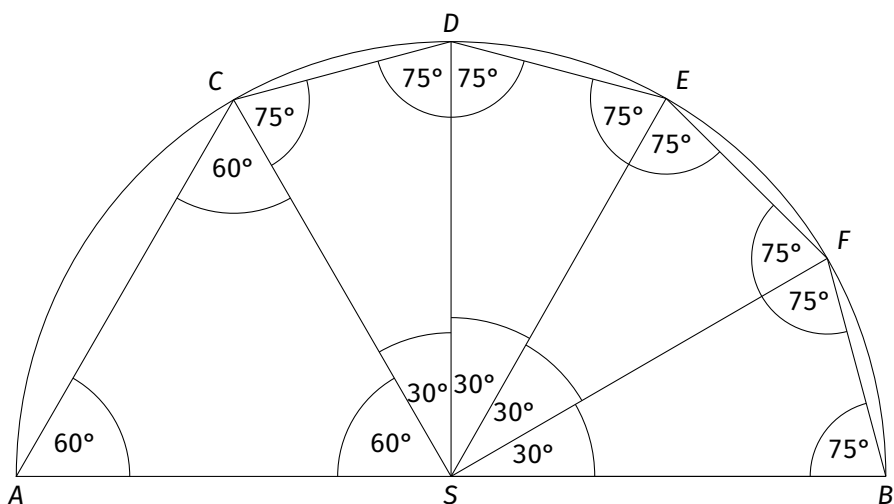
Zo zadania sme sa dozvedeli, že trojuholník ASC je rovnostranný, čo znamená, že všetky jeho uhly sú rovnako veľké a majú veľkosť 60° . Ďalej si môžeme všimnúť, že $\sphericalangle ASC$ a $\sphericalangle CSB$ sú susedné uhly (súčet ich veľkostí sa rovná 180°). Vďaka tomuto môžeme vypočítať veľkosť $|\sphericalangle CSB| = 180^\circ - |\sphericalangle ASC| = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Teraz sa pozrime na body C, D, E, F a B , ktoré ležia na kružnici. Bod S je od nich všetkých rovnako vzdialený, pretože je stredom kružnice. Vieme teda povedať, že $|SC| = |SD| = |SE| = |SF| = |SB|$. To znamená, že trojuholníky CSD, DSE, ESF a FSB sú rovnoramenné so základňami CD, DE, EF a FB ležiacimi medzi bodmi na kružnici. Zo zadania ďalej vieme, že úsečky CD, DE, EF a FB sú rovnako dlhé. Z tohoto vyplýva, že všetky trojuholníky CSD, DSE, ESF, FSB majú všetky strany rovnako dlhé – sú zhodné.

Pre zhodné trojuholníky platí, že majú rovnaké veľkosti uhlov. Preto vieme, že ich uhly oproti základni budú všetky rovnako veľké. A keďže spolu tvoria $\sphericalangle CSB$, vieme sa dopracovať k ich veľkosti $|\sphericalangle CSD| = |\sphericalangle DSE| = |\sphericalangle ESF| = |\sphericalangle FSB| = 120^\circ / 4 = 30^\circ$.

Nakoniec si stačí uvedomiť, že rovnoramenné trojuholníky majú oba uhly pri základni rovnaké, a teda, že $\sphericalangle SCD$, $\sphericalangle SDC$, $\sphericalangle SDE$, $\sphericalangle SED$, $\sphericalangle SEF$, $\sphericalangle SFE$, $\sphericalangle SFB$ a $\sphericalangle SBF$ sú rovnako veľké. Súčet uhlov v každom trojuholníku je 180° , takže nám stačí od 180° odpočítať veľkosť uhla oproti základni a výsledok vydeliť 2 (keďže pri základni sa nachádzajú dva rovnaké uhly). Takto dostaneme veľkosť každého z uhlov pri základni rovnoramenných trojuholníkov: $(180^\circ - 30^\circ) / 2 = 75^\circ$.

Veľkosť $\sphericalangle EFB$, ktorú chceme zistiť, je súčtom veľkostí $\sphericalangle SFE$ a $\sphericalangle SFB$, ktoré poznáme: $75^\circ + 75^\circ = 150^\circ$.



KOMENTÁR

Vaše riešenia boli veľmi pekné. Jediné, na čo by sme vás chceli upozorniť, je, aby ste nezabudli odôvodniť jednotlivé časti riešenia. Ak ste príklad riešili podobne ako my, je dôležité, aby ste nám vysvetlili prečo môžeme $\sphericalangle CSB$ rozdeliť na 4 rovnaké uhly (je to preto, lebo trojuholníky CSD , DSE , ESF a FSB

majú navzájom rovnaké všetky strany, a teda sú zhodné). Tiež viacerým z vás chýbalo vysvetlenie, prečo sú trojuholníky *CSD*, *DSE*, *ESF* a *FSB* rovnoramenné (ich strany *SC*, *SD*, *SE*, *SF* a *SB* sú polomerom kružnice, a teda sú všetky rovnako dlhé).

Ak ste úlohu vyriešili pomocou pravidelného dvanásťuholníka, bolo potrebné vysvetliť, ako viete, že trojuholníky *ASC*, *CSE* a *ESB* sú všetky rovnostranné a rovnaké. Podobne bolo potrebné objasniť, prečo dvanásťuholník, ktorý z nich vznikne, bude pravidelný.

Nakoniec si treba dať pozor na správne pomenovania trojuholníkov. Trojuholník je rovnoramenný vtedy, keď sú rovnako dlhé práve 2 z jeho strán. Ak sú rovnaké všetky 3, ide o rovnostranný trojuholník.