

3. ÚLOHA

Opravovali: **Libi & Sára**

Najkrajšie riešenie: **Oleg Boyko**

Počet riešení: **58**

ZADANIE

Platí, že v Hranove sú iba Ligreťáci a Kryciaci. Každý Ligreťák posielal každý deň každému Kryciakovi 2 listy. Každý Kryciak posielal každému Ligreťákovi každý deň 1 list. Doposiaľ sa každý deň takto poslalo 624 listov. Dnes sa do Hranova pristahoval Igor Rýľ, prvý človek, ktorý je naraz aj Ligreťák, aj Kryciak, a obdržal 45 listov. Koľko bolo pred Igorovým príchodom v Hranove Ligreťákov a Kryciakov?

VZOROVÉ RIEŠENIE

Na začiatku si označme počet Ligreťákov L a počet Kryciakov K .

Zo zadania vieme, že od každého Ligreťáka dostal Rýľ 2 listy a od každého Kryciaka dostal 1 list. Dokopy ich však dostal 45. To si môžeme zapísať aj takto: $2L + K = 45$.

Zo zadania tiež vieme, že sa pred Rýľovým príchodom denne poslalo 624 listov. Každý Ligreťák poslal každému Kryciakovi 2 listy a každý Kryciak poslal každému Ligreťákovi 1 list. To znamená, že medzi ľubovoľnou dvojicou Ligreťáka a Kryciaka sa vymenili 3 listy. Teda vieme, že počet poslaných listov je trojnásobok počtu dvojíc Ligreťák – Kryciak. Takže keď vydelíme počet poslaných listov číslom 3, dostaneme počet dvojíc. A to je $624 : 3 = 208$.

Pozrime sa na to, ako dvojice Ligreťák – Kryciak vznikli. Ktorýkoľvek Kryciak tvorí dvojicu s každým Ligreťákom (keďže zo zadania vieme, že každý Kryciak a Ligreťák si navzájom posielajú listy). To znamená, že každý z Kryciakov bude práve v toľkých dvojiciach, koľko je v Hranove Ligreťákov. Inak povedané, jeden Kryciak sa bude nachádzať práve v L dvojiciach. Ak chceme vypočítať, v koľkých dvojiciach sú všetci Kryciaci dokopy, musíme K -krát

sčítať L (lebo každý jeden z Kryciakov sa nachádza v L dvojiciach). Teda celkový počet dvojíc bude $K \cdot L$. My už ale počet dvojíc, v ktorých sa nachádza každý Kryciak, máme – je to 208. Môžeme teda zapísať: $K \cdot L = 208$.

Všimnime si, že Rýľ dostal nepárny počet listov. Zároveň od každého Ligreťáka dostal 2 listy, takže od všetkých Ligreťákov dokopy určite dostal párný počet listov. K párnemu číslu musíme pripočítať nepárne číslo, aby sme dostali nepárny výsledok, čiže počet listov, ktorý dostal od Kryciakov musel byť nepárny. Keďže každý Kryciak posielal jeden list, aj počet Kryciakov musel byť nepárny. Nepárne číslo (K) musíme vynásobiť párnym číslom (L), aby sme dostali párný výsledok (208). Počet Ligreťákov musel byť párný.

Teraz si vypíšeme všetky možné počty Ligreťákov a Kryciakov tak, aby platilo $2L + K = 45$. Tiež si k nim pripíšeme ich súčin.

Počet Ligreťákov (L)	Počet Kryciakov (K)	Počet dvojíc ($K \cdot L$)
2	41	82
4	37	148
6	33	198
8	29	232
10	25	250
12	21	252
14	17	238
16	13	208
18	9	162
20	5	100
22	1	22

Môžeme vidieť, že existuje iba jedno vyhovujúce riešenie, kedy sa súčin K a L rovná 208, a to je to, v ktorom je Ligreťákov 16 a Kryciakov 13.