

2. ÚLOHA

Opravovali: **Timka Szöllösová & Mirka Horváthová**

Najkrajšie riešenie: **Liliana Kovácsová**

Počet riešení: **48**

ZADANIE

Kamaráti majú rovnoramennú váhu, ktorá dokáže určiť, ktorá z jej strán je ťažšia alebo či majú jej strany rovnakú hmotnosť. Majú tiež 4 krabičky, ktoré vyzerajú rovnako, ale majú hmotnosti 1001, 1002, 1004, 1005 gramov. Dokážu kamaráti určiť hmotnosť každej krabičky v štyroch váženíach, ak môžu používať iba túto váhu?

VZOROVÉ RIEŠENIE

Najprv je dôležité si uvedomiť, že krabičiek môžeme na misky váh položiť aj viac naraz. Nemusíme tak porovnávať len jednu krabičku voči druhej, ale môžeme ich porovnávať aj po dvojiciach.

Ukážme si teraz riešenie, ktoré použije porovnanie dvoch krabičiek oproti iným dvom hneď trikrát.

V prípade, že vážime dve krabičky voči iným dvom, môžu nastať tri rôzne prípady. Tie môžeme vymenovať podľa toho, s akou krabičkou je na miske váhy tá najťažšia, aby sme mali istotu, že sme žiadnu nezabudli (pre jednoduchosť v riešení nebudeme používať jednotky, keďže všetky hodnoty sú v gramoch):

$$1005 + 1004 > 1002 + 1001$$

$$1005 + 1002 > 1004 + 1001$$

$$1005 + 1001 = 1004 + 1002$$

Pokiaľ teda vyskúšame všetky tri možnosti ako porovnať naše krabičky po dvojiciach, tak vieme s istotou povedať, že tá, ktorá bola v oboch nerovnovážnych prípadoch na ťažšej strane, je 1005. Rovnako tá, ktorá bola v oboch

nerovnovážnych prípadoch na ľahšej strane, bude 1001. Ostáva nám teda posledné meranie a z neho zistiť, ktorá z krabičiek 1002 a 1004 je ktorá. Tak si ich už len porovnáme jednu s druhou a ľahšia bude 1002 a tá ťažšia 1004.

Pozorná čitateľka či čitateľ by si mohli všimnúť, že pri úvahe, ktorá krabička je ktorá, sme vôbec nepoužili rovnovážne meranie! Musíme ho teda vôbec urobiť? Odpoveďou je, že my v skutočnosti nevieme ovplyvniť či toto meranie urobíme, alebo nie. Je to tak preto, že pri porovnávaní dvojíc krabičiek nevieme, ktorá je ktorá, a teda sa nám môže stať, že hneď ako prvé spravíme meranie ktoré bude rovnovážne, a teda naozaj budeme musieť použiť všetky štyri merania.

KOMENTÁR

Možností, ako vyriešiť túto úlohu bolo viacero – veľa z vás našlo rovnako správne riešenie ako vzorové, ktoré však porovnálo dvojice krabičiek len raz. Toto riešenie si potom vyžadovalo pomerne veľa vyšetrovania jednotlivých možností pri ďalších váženíach, preto sme sa rozhodli použiť vo vzorovom riešení váženie troch dvojíc krabičiek oproti sebe.

Veľmi nás potešilo množstvo riešení s plným počtom bodov – inak sme vám body museli uberať najčastejšie za skutočnosť, že ste nám vo svojich riešeniach dostatočne nezdôvodnili, prečo musela byť krabička s hmotnosťou 1005 vždy na ťažšej strane váh a krabička s hmotnosťou 1001 vždy na ľahšej strane váh.