

3. ÚLOHA

Opravovali: **Livka Lukáčová & Matúš Masrna**

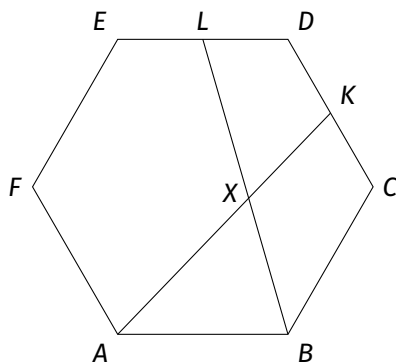
Najkrajšie riešenie: **Jana Mikušová**

Počet riešení: **34**

ZADANIE

V logu tvaru pravidelného šesťuholníka $ABCDEF$ je K stred strany CD a L stred strany DE . Nazvime X priesečník úsečiek KA a LB . Vieme, že obsah trojuholníka ABX je 12 cm^2 . Vypočítajte obsah štvoruholníka $KDLX$.

VZOROVÉ RIEŠENIE



Môžeme si všimnúť, že štvoruholníky $ABCK$ a $BCDL$ sú zhodné.

Strany AB, BC, CK v štvoruholníku $ABCK$ sú v tomto poradí rovnako dlhé ako strany BC, CD, DL v štvoruholníku $BCDL$. Je to tak preto, lebo pravidelný šesťuholník má strany rovnakej dĺžky, a teda $|AB| = |BC|$ a $|BC| = |CD|$. Takisto vieme, že body K a L sú v stredoch rovnako dlhých strán šesťuholníka, čo znamená, že $|CK| = |DL|$.

Zároveň uhly medzi týmito stranami sú rovnako veľké. Teda $\sphericalangle ABC$ (v štvoruholníku $ABCK$) je rovnako veľký ako $\sphericalangle BCD$ (v štvoruholníku $BCDL$). Rovnako

$\triangle BCK$ (v štvoruholníku $ABCK$) je rovnako veľký ako $\triangle CDL$ (v štvoruholníku $BCDL$). To je preto, že to sú všetko vnútorné uhly pravidelného šesťuholníka, ktoré sú všetky rovnakej veľkosti.

Tri rovnako dlhé strany a rovnako veľké uhly medzi nimi znamenajú, že štvoruholníky sú zhodné.

Keď sú štvoruholníky $ABCK$ a $BCDL$ zhodné, znamená to aj, že majú rovnaký obsah. Štvoruholník $ABCK$ sa skladá z trojuholníka ABX a štvoruholníka $BCKX$. Štvoruholník $BCDL$ sa skladá zo štvoruholníkov $KDLX$ a $BCKX$. Vidíme, že $BCKX$ sa nachádza v $ABCK$ aj v $BCDL$. To znamená, že obsah dvoch zvyšných častí ABX a $KDLX$ musí byť rovnaký, a to 12 cm^2 .

KOMENTÁR

Veľa z vás riešilo úlohu tým istým spôsobom, ako vzorové riešenie. Treba si dať však pozor na to, čo všetko musia mať dva útvary rovnaké, aby boli skutočne celé zhodné. Pri trojuholníkoch síce stačí, že všetky strany sú rovnako dlhé, ale pri štvoruholníkoch už nie. Predstavte si napríklad štvorec a kosoštvorec – majú rovnako dlhé strany, ale zhodné nie sú, ani obsah nemajú rovnaký. V štvoruholníkoch už potrebujeme aj rovnako veľké uhly medzi týmito stranami. A to vám často chýbalo.

Dostali sme aj viacero iných zaujímavých riešení pomocou dokreslenia všetkých čiar medzi vrcholom a protiľahlou stranou. Vznikol tak pekný symetrický obrázok, pomocou ktorého sa ukázalo, že dva útvary zo zadania sa skladajú z rovnakých častí.