

6. ÚLOHA

Opravovali: **Martin "Štyri" Mentel & Števo Vašak**

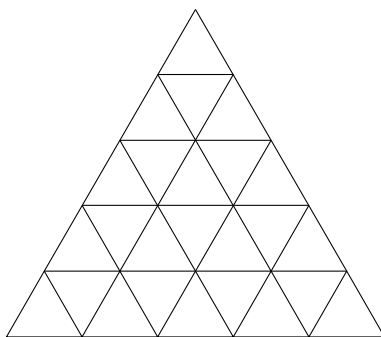
Najkrajšie riešenie: **Jozef Rusnák**

Počet riešení: **42**

ZADANIE

Plán Krycákovho domu je trojuholníková mriežka s niekoľkými riadkami ako na obrázku. Jednotlivé trojuholníky predstavujú miestnosti. Najvrchnejší trojuholník je miestnosť s trezorom. Zlodej sa nachádza v miestnosti s trezorom. Ďalej sa môže presunúť len do miestnosti susediacej stranou s miestnosťou, v ktorej sa nachádza. Každú miestnosť smie navštíviť iba raz a nesmie sa vracieť z miestností na nižšom riadku do miestností na vyššom riadku plánu. Zlodejovým cieľom je dostať sa z domu cez spodnú stranu miestností na najnižšom riadku.

- Koľkými rôznymi trasami to môže zlodej dokázať pre plánik s 3 alebo 4 riadkami?
- Ako by ste to vypočítali pre ľubovoľný počet riadkov?



VZOROVÉ RIEŠENIE

Na začiatok sa pozrime, ako sa nám počet ciest úniku mení postupne v dome s 1, 2 a 3 riadkami.

Z domu s 1 riadkom sa dá uniknúť iba 1 cestou, a to priamo cez spodnú stenu políčka, v ktorom začíname.

Teraz sa pozrime na dom s 2 riadkami. Všimnime si, že do 2. riadka sa vieme dostať presne tak, ako sme unikli z domu s 1 riadkom. Z 2. riadku vieme uniknúť cez 2 steny. Skúsme zistiť, koľkými spôsobmi vieme nadviazať na cestu, ktorou sme prišli z 1. riadku tak, že ujdeme cez jednu z týchto stien. Zo stredného políčka, do ktorého sme prišli z 1. riadku, môžeme ísť iba doprava a doľava. Z krajných políčok potom môžeme už len ísť priamo dole, von z domu. Uniknúť teda vieme 2 cestami.

Ďalej sa pozrime na dom s 3 riadkami. Všimnime si, že do posledného, 3. riadku sa opäť vieme dostať presne tými spôsobmi, ktorými sme vedeli uniknúť z domu s 2 riadkami, čiže dvomi spôsobmi. Preskúmame, koľkými cestami vieme nadviazať na každý z týchto spôsobov. Z 3. riadku vieme uniknúť cez 3 steny. Ku každej z nich sa vieme v každom zo spôsobov, ktorými sme prišli, dostať presne jedným spôsobom. Nesmieme totiž ísť hore ani sa vracieť na políčka, kde sme už boli. Môžeme sa preto hýbať iba stále doľava, resp. doprava, až kým prideme k stene, ktorú sme si vybrali k úniku. Máme dve cesty z 2. riadku a 3 steny, cez ktoré môžeme uniknúť. Celkovo preto môžeme z domu s 3 riadkami uniknúť $2 \cdot 3 = 6$ cestami.

Teraz sa zamyslime nad tým, ako by sme vypočítali počet ciest pre dom s ľubovoľným počtom riadkov. Všimnime si, že do posledného riadku vedie vždy toľko ciest, koľkými sme vedeli uniknúť z domu s počtom riadkov o 1 menším. Ďalej si môžeme všimnúť, že číslo posledného riadku určuje počet stien, cez ktoré vieme uniknúť. Navyše počet ciest úniku vieme vždy vypočítať ako súčin počtu ciest z predposledného riadku a počtu stien, cez ktoré sa dá uniknúť (v rámci riadka môžeme ísť len stále doľava, resp. doprava, preto na každú cestu vieme nadviazať iba jednou cestou, ktorá vedie ku konkrétnej stene).

Vieme teda, že počet ciest pre únik z domu s nejakým počtom riadkov je rovnaký ako súčin čísla jeho posledného riadku a počtu ciest pre únik z domu s počtom riadkov o 1 menším. Počet ciest úniku pre dom s počtom riadkov o 1 menším vieme opäť vypočítať rovnakým spôsobom. Pre dom so 4 riadkami by platilo, že počet ciest úniku je 4 krát počet ciest úniku domu s 3 riadkami. Tento počet si ďalej vieme vypočítať ako 3 krát počet ciest úniku domu s 2 riadkami. Tento počet si opäť vieme vypočítať ako 2 krát počet ciest úniku domu s 1 riadkom. O ňom už môžeme povedať, že má 1 cestu úniku. Spolu bude mať dom so 4 riadkami $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ ciest úniku.

Spôsob, akým vypočítame počet ciest úniku pre dom s nejakým počtom riadkov je teda taký, že postupne budeme násobiť čísla riadkov.

Takýto postup vieme zapísať aj operáciou faktoriál, ktorá sa značí znakom !. Napríklad $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Ak si označíme počet riadkov domu ako n , tak výsledný počet ciest bude $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

KOMENTÁR

Mnoho z vás zle pochopilo zadanie a v každom riadku robilo len jeden krok do strany. Pohyb do strán však nebol nijako obmedzený, zlodej sa len nesmel vrátiť do miestnosti, v ktorej už bol. Dávajte si na takéto chyby pozor a overte si, že zadaniu poriadne rozumiete.