1. ÚLOHA

Opravovali: **Lujza Milotová** & **Martin Mihálik**

Najkrajšie riešenie: **Tomáš Sukeľ**

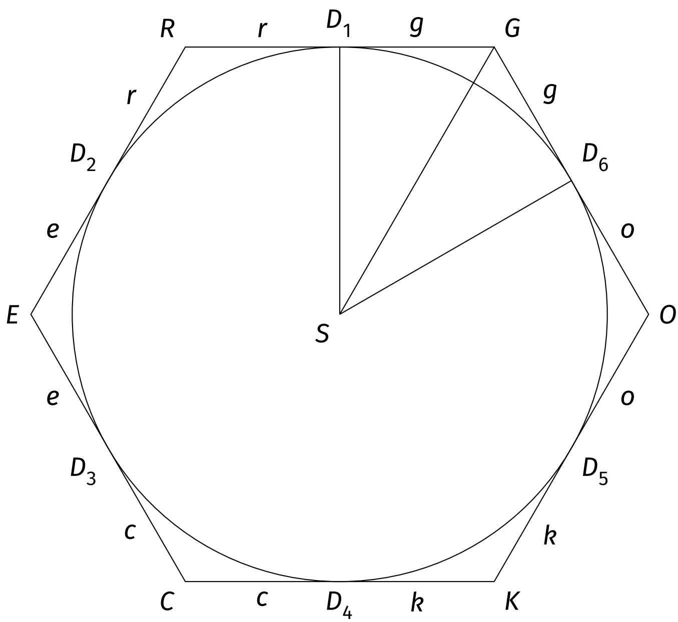
Počet riešení: **50**

ZADANIE

Hexakles si na pergamen načrtol šesťuholník $GRECKO$ a následne doň vpísal kružnicu tak, že sa dotýka každej zo 6 strán šesťuholníka. Zistite obvod $GRECKO$, ak $|GR| = 6$, $|EC| = 7$ a $|KO| = 8$.

VZOROVÉ RIEŠENIE

Označme si body dotyku strán šesťuholníka $GRECKO$ s jeho vpísanou kružnicou postupne D_1, D_2, …, D_6 tak, ako na obrázku.



Pozrime sa teraz na trojuholníky SD_1G a SD_6G, ktoré vidíme na obrázku. Všimnime si, že strany SD_1 a SD_6 týchto trojuholníkov sú rovnako dlhé, keďže sa jedná o dva rôzne polomery vpísanej kružnice. Uhly SD_1G a SD_6G sú oba pravé, pretože sa jedná o uhol medzi dotyčnicou a polomerom kružnice. Ďalej trojuholníky SD_1G a SD_6G zdieľajú spoločnú stranu SG, ktorá je najdlhšou stranou v trojuholníku, pretože leží oproti pravému uhlu. Z týchto pozorovaní vyplýva, že trojuholníky SD_1G a SD_6G sú zhodné.

Vďaka zhodnosti trojuholníkov SD_1G a SD_6G platí, že úsečky GD_1 a GD_6 musia byť rovnako dlhé. Ich dĺžku nazvime g. Analogickú úvahu môžeme urobiť aj pre zvyšné vrcholy šesťuholníka $GRECKO$ a zistíme, že dvojice úsečiek vedúcich z vrcholov šesťuholníka k prislúchajúcim bodom dotyku sú vždy rovnako dlhé. Dĺžky zvyšných dvojíc rovnako dlhých úsečiek nazveme analogicky r, e, c, k a o.

Obvod šesťuholníka $GRECKO$ teraz môžeme vyjadriť ako $2 \cdot (g + r + e + c + k + o)$. Keďže platí $|GR| = g + r$, $|EC| = e + c$ a $|KO| = k + o$, môžeme obvod šesťuholníka $GRECKO$ vyjadriť ako $2 \cdot (g + r + e + c + k + o) = 2|GR| + 2|EC| + 2|KO|$. Keďže dĺžky úsečiek GR, EC a KO poznáme zo zadania, po dosadení zistíme, že obvod šesťuholníka $GRECKO$ je 42.