

5. ÚLOHA

Opravovali: **Ondrej Králik & Richard Vodička**

Najkrajšie riešenie: **Tomáš Sukeľ**

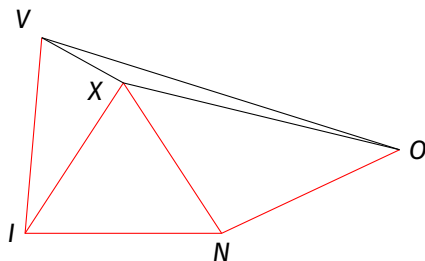
Počet riešení: **27**

ZADANIE

Podzemná vinica má tvar štvoruholníka $VINO$, v ktorom strany VI , IN a NO sú zhodné a veľkosti uhlov VIN a INO sú postupne 85° a 155° . Aká je veľkosť uhla IVO ?

VZOROVÉ RIEŠENIE

Dokreslíme si bod X v polrovine INV , nech platí, že $|IX| = |XN| = |NI|$.



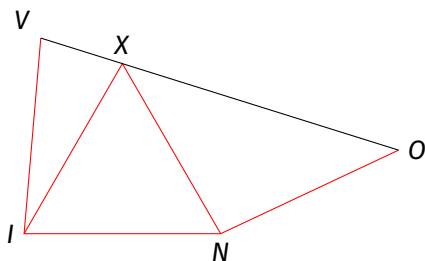
Dostávame tak rovnostranný trojuholník IXN a teda platí: $|\sphericalangle NIX| = |\sphericalangle IXN| = |\sphericalangle XNI| = 60^\circ$.

Ďalej sa pozrime na trojuholník VIX . Vieme, že $|VI| = |IN|$ a zároveň, že $|XI| = |IN|$, teda aj $|VI| = |XI|$. Tento trojuholník je teda rovnoramenný so základňou VX .

Veľkosť uhla pri vrchole I , trojuholníka VIX , vieme vypočítať ako $|\sphericalangle VIN| - |\sphericalangle XIN| = 85^\circ - 60^\circ = 25^\circ$. Z rovnoramennosti dopočítame $|\sphericalangle XVI| = |\sphericalangle IXV| = 77,5^\circ$.

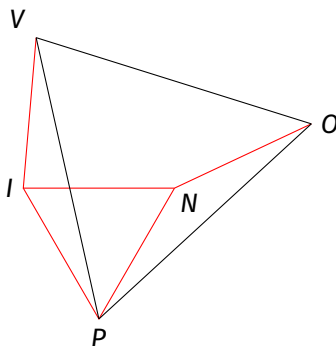
Analogicky vieme, že trojuholník XNO je rovnoramenný so základňou XO a $|\angle XNO| = |\angle INO| - |\angle INX| = 155^\circ - 60^\circ = 95^\circ$. Z rovnoramennosti dopočítame $|\angle OXN| = |\angle NOX| = 42,5^\circ$.

Všimnime si, že $|\angle IXV| + |\angle NXI| + |\angle OXN| = 77,5^\circ + 60^\circ + 42,5^\circ = 180^\circ$. Body V, X, O teda ležia na jednej priamke, z čoho dostávame $|\angle IVX| = |\angle IVO| = 77,5^\circ$.



INÉ RIEŠENIE

Dokreslíme si rovnostranný trojuholník nad IN , tentokrát v polrovine opačnej k INV a označme si dokreslený bod P .



Vďaka rovnostiam zo zadania máme $|VI| = |IN| = |NO| = |IP| = |PN|$. Vieme dopočítať, že $|\angle VIP| = |\angle VIN| + |\angle PIN| = 85^\circ + 60^\circ = 145^\circ$ a tiež $|\angle ONP| = 360^\circ - (|\angle INO| + |\angle INP|) = 360^\circ - 155^\circ - 60^\circ = 145^\circ$.

Všimnime si teraz, že trojuholníky VIP a ONP sú zhodné, pretože sú oba rovnoramenné s rovnako dlhými ramenami ($|VI| = |IP| = |PN| = |NO|$) a $|\angle VIP| =$

$|\angle ONP|$. Z toho plynie $|VP| = |PO|$ a tiež $|\angle OPN| = |\angle VPI|$. Z druhej rovnosti dostávame, že uhol VPO je rovnako veľký ako uhol IPN , keďže $|\angle VPO| = |\angle VPN| + |\angle OPN|$ a $|\angle IPN| = |\angle VPN| + |\angle VPI|$. Takže $|\angle VPO| = 60^\circ$ a spolu s $|VP| = |PO|$ tak vieme, že trojuholník VPO je rovnostranný.

Uhol OVP má teda 60° . Uhol IVP vieme dopočítať z trojuholníka VIP , keďže je rovnoramenný a uhol VIP má 145° . Takže $|\angle IVP| = 17,5^\circ$. Z toho už dostávame, že uhol IVO má veľkosť $60^\circ + 17,5^\circ = 77,5^\circ$.