

2. ÚLOHA

Opravovali: **Ala Bálintová & Oliver Seman**

Najkrajšie riešenia: **Viktoriia Boyko & Richard Semanišin**

Počet riešení: **41**

ZADANIE

Herkules a Poarot hrajú hru na šachovnici 8×8 , Herkules s bielymi a Poarot s čiernymi kameňmi. Každý hráč má 30 kameňov. Herkules začína – umiestni jeden kameň na jedno z voľných polí šachovnice. Striedajú sa s Poarotom po jednom kameni. Nakoniec, keď sa zbavia všetkých svojich kameňov, dostane Herkules bod za každý riadok a každý stĺpec, v ktorom majú prevahu biele kamene, Poarot dostane bod za každý riadok a každý stĺpec s prevahou čiernych kameňov. Pokiaľ má Herkules viac bodov, víťazí, ak nie, vyhráva Poarot. Ktorý z hráčov má víťaznú stratégiu? Víťazná stratégia je postup, podľa ktorého keď jeden hráč hrá, tak vyhrá bez ohľadu na ťahy súpera.

VZOROVÉ RIEŠENIE

Vyhrávajúcu stratégiu má Poarot. Bude hrať nasledovne:

Herkules niekam položí biely kameň. Následne Poarot položí svoj kameň na políčko, ktoré je osovo súmerné s Herkulovým kameňom. Ako os súmernosti použijeme zvislú čiaru medzi štvrtým a piatym stĺpcom (rovnako by však fungovala aj vodorovná čiara medzi štvrtým a piatym riadkom). Všetky políčka si podľa tejto osi vieme rozdeliť do dvojíc, ktoré sú navzájom osovo súmerné podľa danej osi. Každé políčko bude mať patriť práve do jednej dvojice. Vždy, keď Herkules zahrá do jedného políčka z dvojice, Poarot zahrá do toho druhého, teda dokopy zaplnia vždy celú dvojicu. Ďalší ťah bude Herkules musieť hrať do novej dvojice. Nikdy sa teda nestane, že by Poarot nemohol podľa tejto stratégie hrať, pretože druhé políčko v dvojici bude vždy voľné. Nestane sa ani to, že by už na šachovnici nezostalo

voľné políčko, pretože hráči majú dokopy $2 \cdot 30 = 60$ kameňov, kým celá šachovnica má $8 \cdot 8 = 64$ políčok.

Podľa tejto stratégie bude hrať Poarot vždy do toho istého riadku ako Herkules. To znamená, že v každom riadku budú mať obaja hráči rovnako veľa kameňov. Za riadky nikto nezíska žiadne body.

Každý stĺpec, v ktorom bude mať Herkules prevahu a získa zaň bod, má osovo súmerný stĺpec, v ktorom bude mať prevahu Poarot. Toto platí, pretože v každom riadku, v ktorom bol v danom stĺpci Herkulov kameň, bude v symetrickom stĺpci Poarotov kameň a naopak, no a keďže v pôvodnom má väčšinu Herkules, v symetrickom bude mať väčšinu Poarot. Dokopy teda dostanú rovnako veľa bodov.

58	23	12	29	30	11	24	57
40		32	49	50	31		39
27	9	25	22	21	26	10	28
4	45	8	41	42	7	46	3
18	13	59	16	15	60	14	17
6	43	38			37	44	5
35	2	52	47	48	51	1	36
61	20	34	55	56	33	19	53

Príklad osovo súmernej hry

Vyznačené stĺpce sú opačné

Keďže Herkules vyhráva len ak má viac bodov a inak vyhrá Poarot, v prípade bodovej remízy, ktorú takto dosiahne, vyhrá Poarot.

INÉ RIEŠENIA

Ďalšia možná stratégia je stredová súmernosť. Tá sa správa veľmi podobne ako tá osová. Dôkaz, že Poarot vždy môže zahrnúť kameň, je rovnaký ako v prvom riešení, ale platí tu, že každý riadok má svoj stredovo súmerný riadok a každý stĺpec svoj stredovo súmerný stĺpec. Pre tieto dvojice riadkov alebo stĺpcov platí, že obsahujú navzájom opačné počty bielych a čiernych kameňov. To znamená, že kdekoľvek dostane bod Herkules, dostane v súmernom riadku alebo stĺpci bod Poarot a celá hra sa skončí remízou.

57	24	12	29	55	34	20	53	57	24	12	29	55	34	20	53
40		32	50	47	51	1	36	40		32	50	47	51	1	36
27	9	26	21		37	43	6	27	9	26	21		37	43	6
3	46	7	42	15	60	13	17	3	46	7	42	15	60	13	17
18	14	59	16	41	8	45	4	18	14	59	16	41	8	45	4
5	44	38		22	25	10	28	5	44	38		22	25	10	28
35	2	52	48	49	31		39	35	2	52	48	49	31		39
61	19	33	56	30	11	23	58	61	19	33	56	30	11	23	58

Príklad stredovo súmernej hry

Vyznačené stĺpce a riadky sú opačné

Funguje dokonca aj všeobecnejšia verzia prvej stratégie, v ktorej nemusí byť symetrická celá tabuľka. Stačí stĺpce (poprípade riadky) ľubovoľne rozdeliť do dvojíc. V každom ťahu Poarot zahrá do rovnakého riadku ako Herkules, ale do druhého z dvojice stĺpcov. V riadkoch takto stále nikto nezíska žiaden bod a dané dvojice stĺpcov budú mať opačný výsledok. Aj táto hra sa teda skončí remízou.

57	24	23	12	29	30	58	11
39			32	50	49	40	31
27	9	10	25	22	21	28	26
4	46	45	8	42	41	3	7
18	13	14	59	16	15	17	60
5	44	43	38			6	37
35	1	2	51	48	47	36	52
54	19	20	34	55	56	53	33

Príklad poslednej stratégie

Vyznačené dvojice stĺpcov sú opačné

KOMENTÁR

Potešilo nás, koľkým z vás sa podarilo nájsť jednu z možných víťazných stratégií. Viacerým z vás však chýbal dôkaz, že daný osovo alebo stredovo súmerný kameň naozaj vieme položiť a že toto políčko nie je obsadené. Tentoraz sme za to nestrhávali body, ale nabudúce si na to treba dávať pozor :).