

2. ÚLOHA

Opravovali: **Sarah Klopštock & Michal Vodička**

Najkrajšie riešenie: **Hana Lascáková**

Počet riešení: **45**

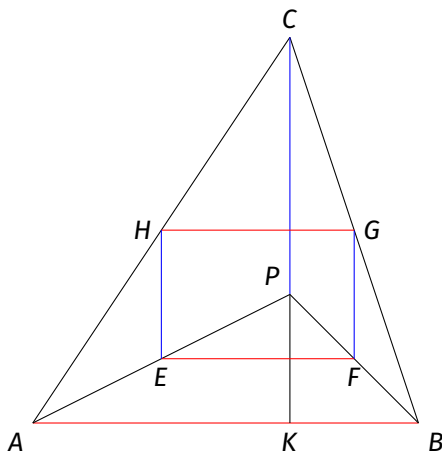
ZADANIE

Poarova kuchyňa má tvar trojuholníka ABC , v ktorom K je päta výšky vedená z bodu C na priamku AB . Herkules vyznačil bod P na úsečke CK (iný ako C a K), stred úsečky AP ako bod E , stred úsečky BP ako bod F , stred úsečky BC ako bod G a stred úsečky AC ako bod H . Dokážte, že kuchynská linka tvaru štvoruholníka $EFGH$ je obdĺžnik.

VZOROVÉ RIEŠENIE

Keďže H je stred úsečky AC a G je stred úsečky BC , tak GH je stredná priečka trojuholníka ABC . O nej platí, že je rovnobežná s treťou stranou trojuholníka, čo je v našom prípade AB , teda GH je rovnobežná s AB .

Rovnako aj EF je stredná priečka trojuholníka ABP , pretože E je stred AP a F je stred BP , teda EF je rovnobežná s AB . Keďže GH aj EF sú rovnobežné s AB , tak aj GH a EF sú rovnobežné.



Podobnú myšlienku môžeme aplikovať aj na trojuholníky APC a BPC so strednými pričkami EH a FG . Tie sú rovnobežné so stranou PC , preto sú aj navzájom rovnobežné.

Z toho vidíme, že štvoruholník $EFGH$ je rovnobežník, keďže jeho protíahlé strany sú rovnobežné.

Keďže CP je výška na AB , tak je kolmá na AB . Preto aj GF je kolmé na EF , lebo GF je rovnobežné s CP a EF je rovnobežné s AB . Teda v rovnobežníku $EFGH$ je jedna dvojica strán na seba kolmá, a preto je to obdĺžnik.