

6. ÚLOHA

Opravovali: **Martin „Iskra“ Dudjak & Kubo Stramba**

Najkrajšie riešenia: **Filip Feher & Viktoriya Boyko**

Počet riešení: **21**

ZADANIE

Herkules a Poarot prišli na ostrov, kde žilo 50 detektívov. Všetci detektívi stáli v kruhu a každý z nich najprv oznámil vek svojho ľavého suseda, potom vek svojho pravého suseda. Každý detektív buď správne uviedol obe čísla, alebo jedno z čísel zväčšil o 1 a druhé zmenšil o 1 (podľa vlastného výberu). Je vždy možné určiť, ktorí z detektívov určili oba veki správne a ktorí nie? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?

VZOROVÉ RIEŠENIE

Na začiatok si rozdelíme detektívov na dve 25-členné skupiny tak, že každá skupina bude oznamovať vek detektívov z tej druhej skupiny. Ak by sme si detektívov v kruhu postupne očíslovali, z pôvodného kruhu 50 detektívov by tvorili jednu skupinu detektívi, ktorí by stáli na párných pozíciách, a tú druhú detektívi, ktorí by stáli na nepárnych pozíciách. Stačí nám riešiť túto úlohu len pre jednu skupinu, lebo pre druhú bude platiť všetko úplne rovnako. Vždy, keď dvaja detektívi zo skupiny budú hovoriť vek detektíva z druhej skupiny, ktorý je medzi nimi, môžu nastať tieto situácie:

- rozdiel oznámených vekov je 0

To sa môže stať, keď o veku hovoria dvaja pravdovravci alebo sa na ňom zhodnú dvaja klamári, keď obaja povedia buď vek o 1 väčší alebo menší.

- rozdiel oznámených vekov je 1

To sa môže stať, keď o veku hovoria jeden pravdovravec a jeden klamár, pričom nezáleží na tom, či klamár povie vek o 1 väčší alebo menší.

- rozdiel oznámených vekov je 2

To sa môže stať, keď o veku hovoria dvaja klamári, pričom jeden povie vek o 1 väčší a druhý povie vek o 1 menší.

Ak pri ľubovoľnom detektívovi bude rozdiel 2, tak jeho skutočný vek vieme určiť tak, že urobíme aritmetický priemer týchto dvoch čísel. Zároveň vieme, že obaja jeho susedia sú klamári. Keďže vieme, ktorý z nich rok pridal a ktorý rok ubral, vieme určiť presne aj veky ďalších detektívov s nimi susediacich. Zároveň vieme určiť aj to, či ďalší detektívi z tej skupiny klamali alebo hovorili pravdu tak, že budeme porovnávať, či sa ich odpovede zhodujú so správnym vekom.

Ak sa nikde v skupine nevyskytne rozdiel 2, tak si budeme všímať miesta, kde vznikne rozdiel 1. To preto, lebo ak je rozdiel medzi dvoma odpoveďami 0, tak môžu obaja detektívi buď klamať alebo hovoriť pravdu. Keď je rozdiel 1, tak jeden klame a druhý hovorí pravdu. Takýmto spôsobom nám budú vznikať podskupiny pravdovrvcov a klamárov.

Pozrime sa teraz na dve možnosti: čo keby tvorili všetci detektívi jednu podskupinu a čo keby ich tvorili viacero?

K prípadu, keď všetkých 25 detektívov tvorí jednu podskupinu, dôjde, keď budú všetci klamať alebo všetci hovoriť pravdu. To, že všetci hovoria pravdu, spoznáme podľa toho, že všade budú rozdiely 0. To, že všetci klamú, spoznáme podľa toho, že budeme mať nepárny počet rozdielov 2 a zvyšné rozdiely opäť 0.

Ak by bolo podskupín viacero a v celej skupine je 25 detektívov, čo je nepárny počet, znamená to, že minimálne v jednej skupine je nepárny počet detektívov. Ak by podskupina s nepárnym počtom detektívov bola zložená z klamárov, tak na krajoch, kde by sa stretávala s podskupinou pravdovrvcov, by jeden klamár povedal číslo o 1 menšie ako pravdovravec a druhý klamár by povedal číslo o 1 väčšie ako pravdovravec. Ak by podskupina s nepárnym počtom detektívov mala na oboch krajoch rozdiel rovnaký, a to o 1 väčší alebo o 1 menší ako tí druhí, musela by byť zložená z pravdovrvcov. Pri podskupinách s párnym počtom členov to platí presne naopak, čiže práve keď je na oboch krajoch rozdiel rôzny, tak je zložená

z pravdovravcov, a keď sú rozdiely rovnaké, tak je to podskupina klamárov. Takýmto spôsobom vieme vždy s určitosťou určiť, kto je klamár a kto hovorí pravdu. Takže vieme vždy určiť vek všetkých detektívov na ostrove.

KOMENTÁR

Veľkej časti z vás sa podarilo prísť na to, že rozdiely medzi dvoma oznámenými vekmi môžu byť 0, 1 a 2. Väčšina z vás stroskotala na rozdieloch 0 a 1 a na dokázaní, ktorá zo skupín detektívov s párnou a nepárnou dĺžkou je v akom prípade pravdovravci a v akom prípade klamári. Úloha bola naozaj veľmi ťažká, preto by sme chceli pochváliť všetkých, ktorí sa vôbec pustili do riešenia úlohy.