

# 1. ÚLOHA

Opravovala: **Timka Szöllösová**

Najkrajšie riešenia: **Filip Földes, Sandra Fol'tová & Liliána Kováčsová**

Počet riešení: **36**

## ZADANIE

Všetky čísla domov na ulici majú viac ako 1 cifru. Číslo Alexander nazýva veselé, ak jeho cifry rastú zľava doprava. Ak cifry klesajú zľava doprava, hovorí, že ide o smutné číslo. Alexander si pamätá, že Barborine číslo domu je veselé a súčasne pre toto číslo platí, že:

- Aritmetický priemer cifier daného čísla je 7.
- Ak vymeníme prvú a poslednú cifru, vznikne smutné číslo.

Pomôžte Alexandrovi nájsť všetky možné čísla domu Barbory.

*Pozn.: Aritmetický priemer niekoľkých čísel je ich súčet vydelený ich počtom.*

## VZOROVÉ RIEŠENIE

Najprv sa pozrime na to, koľko cifier môže mať Barborino číslo domu. Určite má aspoň dve (podľa zadania), môže mať aj tri (aspoň zatiaľ nemáme dôvod to vylúčiť). Keď si vezmeme štvorciferné číslo, zistíme, že okrem krajných dvoch cifier ostanú tie stredné na rovnakých pozíciách, čiže ak je toto číslo veselé (napr. 1234), tak jeho stred ostane veselý aj po výmene (4 - 23 - 1). To znamená, že výsledné číslo už nemôže byť smutné, práve kvôli veselej strednej časti. Rovnako táto časť ostane veselá aj pri viacciferných číslach, a teda môžeme povedať, že Barborino číslo domu je buď dvoj- alebo trojciferné.

### Dvojciferné

Pretože  $7 = \text{ciferný súčet}$  : 2, tak majú cifry v tomto prípade súčet  $2 \cdot 7 = 14$ . Keďže väčšia cifra môže byť najviac 9, tá menšia musí byť aspoň 5, aby

nám sedel súčet. Aby bolo číslo veselé, tak tá menšia cifra musí byť zároveň prvá, a tiež vieme, že sa tieto cifry nemôžu rovnať. Dostávame teda možnosti 59 a 68 (keďže 77 už nefunguje).

## **Trojciferné**

Tu sa cifry sčítajú na  $3 \cdot 7 = 21$ . Podobne, ako v predchádzajúcom prípade vieme, že najväčšia cifra môže byť najviac 9. Keďže sa cifry nemôžu rovnať, tak druhá najväčšia môže byť najviac 8, z čoho potom tretia (najmenšia) cifra musí byť aspoň  $21 - 9 - 8 = 4$ .

Zároveň vieme, že najmenšia cifra musí byť menšia ako 7, pretože najmenšie (a jediné) veselé číslo začínajúce 7 je 789 a to má priveľký ciferný súčet. Pre cifry 8 a 9 už veselé číslo dokonca ani nevieme poskladať, keďže cifry sa musia zvyšovať (a nemôžu sa ani opakovať). Dostávame teda nasledovné možnosti podľa toho, aká cifra je tá najmenšia:

- 4 → Súčet zvyšných dvoch cifier musí byť 17, čo vieme dosiahnuť len použitím tých najväčších cifier, 8 a 9. Číže výsledné číslo je 489.
- 5 → Súčet zvyšných dvoch cifier je 16, na čo máme opäť jedinú možnosť, 7 a 9 (8 a 8 nefunguje lebo by sa cifry rovnali), čiže výsledné číslo je 579.
- 6 → Súčet zvyšných dvoch cifier je 15, čo vieme mať buď ako 6 a 9, alebo 7 a 8. Pre 6 a 9 však veselé číslo neexistuje, pretože sme už zvolili 6 ako najmenšiu cifru. Jediná možnosť je teda 678.

Dokopy máme teda päť možností na Barborino číslo domu: 59, 68, 489, 579 a 678.

## **KOMENTÁR**

Počas opravovania sa príjemne čítalo to, že ste si našli spôsob ako ohraničiť možnosti na najväčšie číslo domu/samotné cifry a potom ich rozumne preskúšať. Avšak tak, ako pri každej úlohe, kde treba vyskúšať nejaké možnosti, aj pri tejto bolo nutné nielen vyskúšať tie, čo dávajú zmysel, ale aj povedať, prečo tie zvyšné nedávajú. Verím, že práve tým, že v tejto úlohe sa takýmto chybičkám dalo ľahko a intuitívne predísť, si to zapamätáte a nabudúce sa vyhnete zbytočne strateným bodom. :)