

3. ÚLOHA

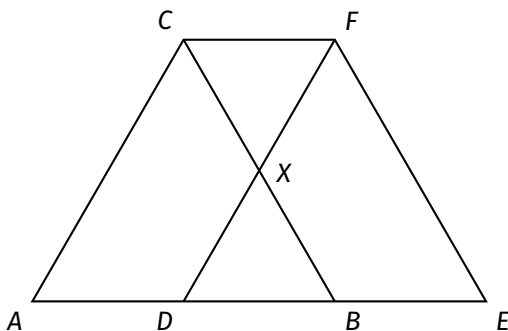
Opravovali: **Marie Kasalová & Richard Vodička**

Najkrajšie riešenie: **Liliana Kováčsová**

Počet riešení: **38**

ZADANIE

Na Barborinom origami sa nachádzajú dva zhodné rovnostranné trojuholníky ABC a DEF , pričom bod D je stredom strany AB ako na obrázku. Bod X nech je priesečníkom DF a BC . Zistite obsah trojuholníka XFC ak viete, že obsah trojuholníka ABC je 100 cm^2 .



VZOROVÉ RIEŠENIE

Najprv sa pozrieme na trojuholník DBX , v ktorom poznáme zo zadania dva uhly. Tými sú uhol BDX , ktorý je zhodný s uhlom EDF , a teda má veľkosť 60 stupňov. Druhý je uhol DBX , ktorý je zhodný s uhlom ABC , a teda má taktiež 60 stupňov. Keďže súčet uhlov v trojuholníku je 180 stupňov, tak uhol pri vrchole X má tiež 60 stupňov, a pretože sú všetky uhly v trojuholníku zhodné, trojuholník BDX je rovnostranný.

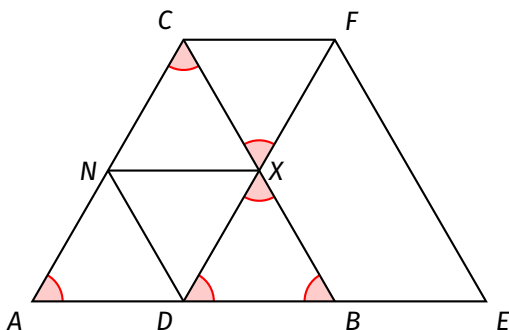
Zo zadania vieme, že dĺžka strany BD je polovica strany AB , a preto aj strany BX a DX majú dĺžku rovnú polovici AB , ktorá je rovnako dlhá ako strany BC a DF . Takže bod X leží v polovici strany BC aj v polovici strany DF .

Ďalej sa pozrime na trojuholníky CXF a DBX . Pretože $|DX| = |FX|$ a zároveň $|BX| = |CX|$ a uhly CXF a BXD sú uhly vrcholové, trojuholníky CXF a BXD sú zhodné.

Trojuholník BDX má každú stranu rovnú polovici strany AB . Keď si označíme N stred strany AC a spojíme bod N s bodmi X a D , vzniknú nám štyri trojuholníky, ktoré dokopy tvoria trojuholník ABC .

Pretože trojuholníky ADN , DBX a NCX majú uhly pri vrcholoch A , B a C veľké 60° a zároveň majú dve strany zhodné, tak sú rovnostranné a navzájom zhodné. Trojuholník DXN má tak všetky strany rovnako dlhé, a teda je rovnostranný a zároveň aj zhodný so zvyšnými tromi. BDX má tak štyrikrát menší obsah oproti trojuholníku ABC .

A keďže BDX je zhodný s trojuholníkom CXF , tak CXF má štyrikrát menší obsah ako trojuholník ABC , preto je jeho obsah $100 \text{ cm}^2 : 4 = 25 \text{ cm}^2$.



Všetky červené uhly majú veľkosť 60 stupňov.