

5. ÚLOHA

Opravovali: **Tomáš Lang & Veve Vodičková**

Najkrajšie riešenia: **Dorota Saraková & Katarína Osuská**

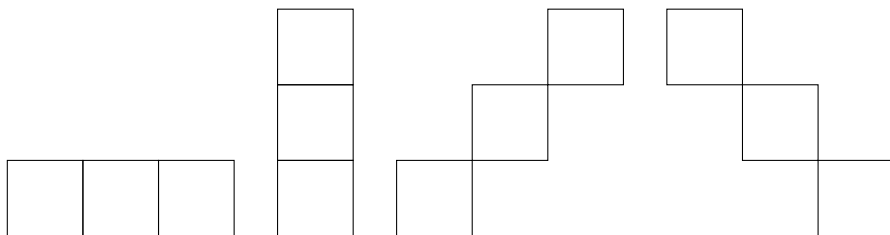
Počet riešení: **33**

ZADANIE

Alexander a Barbora ofarbovali tabuľku farbičkami. Koľko najmenej farieb potrebujú na ofarbenie tabuľky 5×5 tak, aby v každej trojpiškovke (tri susediace políčka vodorovne, zvisle alebo diagonálne ako na obrázku) boli

- aspoň dve rôzne farby,
- tri rôzne farby?

Prečo im menej farieb nestačí?



VZOROVÉ RIEŠENIE

Pozrime sa najprv na časť a) a potom b) (pre zjednodušenie si prvú farbu označme ako 1 a ďalšie farby si označujme postupne 2, 3, ...):

- V prípade a) vieme, že na vyfarbenie musíme použiť aspoň dve farby, keďže v každej trojpiškovke sa musia nachádzať aspoň dve rôzne farby. Pokračovať môžeme tak, že si prvý riadok ofarbíme na striedačku, ďalší riadok pod ním zafarbíme úplne rovnako a tretí riadok posunieme o 1 doľava alebo doprava. Ďalší riadok zafarbíme presne tak ako riadok nad ním a posledný zase iba posunieme o 1.

1	2	1	2	1
1	2	1	2	1
2	1	2	1	2
2	1	2	1	2
1	2	1	2	1

Keď sa na tabuľku pozrieme, zistíme, že v každej trojpiškovke sa nachádzajú dve rôzne farby.

- V prípade b) vieme, že na vyfarbenie musíme použiť aspoň tri farby, keďže v každej trojpiškovke sa musia nachádzať práve tri rôzne farby. Vyskúšajme si to postupne doplniť do tabuľky. Začnime tak, že si do nejakej trojpiškorky doplníme tri rôzne farby, ktoré musí obsahovať. Doplníme si teda do stredného riadku čísla 1, 2, 3 tak, že 2 sa bude nachádzať v strede tabuľky:

	1	2	3	

Pozrime sa na políčko nad číslom 2. Nemôžeme tam dať 2, lebo by sme mali dve rovnaké farby v jednej zvislej trojpiškovke. Ani čísla 1 a 3 tam doplniť nemôžeme, lebo by sme mali dve rovnaké farby jednej diagonálnej trojpiškovke. To znamená, že budeme musieť použiť novú farbu 4.

To isté vieme povedať aj o políčku pod číslom 2. Do tohto políčka však nevieme umiestniť ani novú farbu 4, lebo by sme mali dve rovnaké farby v jednej zvislej trojpiškovke. Teda musíme použiť novú farbu 5:

		4		
	1	2	3	
		5		

Už teraz vidíme, že budeme musieť použiť aspoň päť rôznych farieb. Ďalej si môžeme doplniť rohové čísla okolo vzniknutého kríža tak, aby sa v žiadnej trojpiškvorke nenachádzali dve rovnaké farby:

	3	4	5	
	1	2	3	
	4	5	1	

Keď sme si vyplnili stred tabuľky, doplníme aj čísla do obvodu našej tabuľky:

4	5	1	2	3
2	3	4	5	1
5	1	2	3	4
3	4	5	1	2
1	2	3	4	5

Ukázali sme si, že tabuľka v možnosti a) sa dá ofarbiť najmenej 2 farbami a tabuľka v možnosti b) sa dá ofarbiť najmenej 5 farbami.