1. ÚLOHA

Opravovali: **Olly Kovaľová** & **Veve Vodičková**

Najkrajšie riešenia: **Jana Mikušová** & **Katarína Osuská**

Počet riešení: **63**

ZADANIE

Maruška, Ninka a Bianka si navzájom porovnajú, koľko šiat majú. Každá princezná povie kladné celé číslo. Bianka vždy odčíta menšie z čísel Marušky a Ninky od väčšieho, a to prehlási za svoje číslo. Ukážte, že vždy budú mať párny počet šiat v šatníku, ak ho vypočítajú ako:

a. súčet ich čísel,

b. súčin ich čísel.

VZOROVÉ RIEŠENIE

Povedzme, že párne čísla budeme označovať ako P a nepárne ako N.

Pozrime sa na paritu Biankinho čísla podľa toho, či si Markuška a Ninka myslia párne alebo nepárne číslo. Vieme, že pre odčítanie platí: $N - N = P$, $P - P = P$, $P - N = N$, $N - P = N$.

Rozoberme si všetky možnosti:

1. Maruška aj Ninka majú N.
   Potom Biankino číslo je $N - N = P$. Máme teda: N, N, P.

2. Jedno dievča má P a druhé N.
   Potom Biankino číslo je $P - N = N$ alebo $N - P = N$. Máme teda: P, N, N, lebo nám ďalej na poradí čísel nezáleží.

3. Maruška aj Ninka majú P.
   Potom Biankino číslo je $P - P = P$. Máme teda: P, P, P.

a. Pri sčítaní vieme, že: $N + N = P$, $P + P = P$, $P + N = N$, $N + P = N$.

Pozrime sa na naše 3 možnosti:

1. možnosť (N, N, P):
   $N + N = P$ a $P + P = P$. Dostávame P.
2. možnosť (P, N, N):
   $P + N = N$ a $N + N = P$. Dostávame P.
3. možnosť (P, P, P):
   $P + P = P$ a $P + P = P$. Dostávame P.

V každej možnosti dostaneme párne číslo, teda súčet čísel dievčat bude vždy párny.

b. Pri násobení vieme : $P \cdot P = P$, $P \cdot N = P$, $N \cdot P = P$, $N \cdot N = N$.

Pozrime sa na naše 3 možnosti:

1. možnosť (N, N, P):
   $N \cdot N = N$ a $N \cdot P = P$. Dostávame P.
2. možnosť (P, N, N):
   $P \cdot N = P$ a $P \cdot N = P$. Dostávame P.
3. možnosť (P, P, P):
   $P \cdot P = P$ a $P \cdot P = P$. Dostávame P.

V každej možnosti dostaneme párne číslo, teda aj súčin troch čísel dievčat bude vždy párny.