3. ÚLOHA

Opravovali: **Sofka Sotakova** & **Riki Prikler**

Najkrajšie riešenia: **Katarína Osuská** & **Pavol Gregor Ihnát**

Počet riešení: **72**

ZADANIE

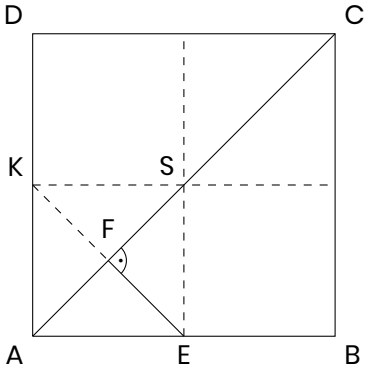
Ornament je v tvare štvorca $ABCD$ s obsahom $128\,\text{cm}^2$. Bod E je stredom strany AB. Na uhlopriečke AC je bod F taký, že uhol EFC je pravý. Aký je obsah trojuholníka AEF?

VZOROVÉ RIEŠENIE

Do štvorca $ABCD$ si dokreslíme úsečky, ktoré spájajú stredy jeho protiľahlých strán. Tieto úsečky sú rovnobežné so stranami štvorca $ABCD$ a majú rovnakú dĺžku ako jeho strany. Ich priesečník si označme ako bod S. Delia štvorec $ABCD$ na štyri rovnaké štvorce s obsahom $128 : 4 = 32\,\text{cm}^2$.

Stred strany AD si označme ako bod K. Je to zároveň ľavý horný bod jedného zo štyroch menších štvorcov. Teraz sa pozrime na štvorec $AESK$. Uhlopriečky v každom štvorci zvierajú pravý uhol. Túto vlastnosť využijeme na to, aby sme dokázali, že bod F je priesečníkom uhlopriečok štvorca $AESK$. Bod F zo zadania leží na uhlopriečke AC, teda aj na uhlopriečke AS. Uhol EFC je zo zadania pravý, teda úsečka EF je kolmá na uhlopriečku AS. Uhlopriečka EK je tiež kolmá na AS. Úsečka EF je preto určite časťou úsečky EK, čím sme dokázali, že F leží aj na jednej, aj na druhej uhlopriečke – je priesečník uhlopriečok.

Uhlopriečky delia štvorec $AESK$ na 4 zhodné trojuholníky AEF, ESF, SKF, KAF. Keďže obsah štvorca $AESK$ je $32\,\text{cm}^2$, obsah jedného trojuholníka je $32 : 4 = 8\,\text{cm}^2$. Jeden z týchto trojuholníkov je aj náš hľadaný AEF, takže jeho obsah je $8\,\text{cm}^2$.



KOMENTÁR

Mnohí z vás nám do riešenia napísali, že štvorec rozdelili na 16 rovnakých trojuholníkov alebo, že rozdelili trojuholník, ktorý vzniká uhlopriečkami, na 4 rovnaké trojuholníky. Je však vždy potrebné dokázať, že takéto tvrdenie skutočne platí. Síce to na prvý pohľad môže vyzerať samozrejme, nemusí to vždy platiť.