1. ÚLOHA

Opravovali: **Lydka Mikušáková** & **Matúš Masrna**

Najkrajšie riešenia: **Ivana Kiselá**

Počet riešení: **75**

ZADANIE

Turnaja v dvojhre v tenise vo Vranove nad Topľou sa zúčastnili chlapci a dievčatá tak, že každý hral s každým práve raz a žiaden zápas sa neskončil remízou. Zistilo sa, že každý účastník prehral aspoň jeden zápas a zároveň každý chlapec prehral iný počet zápasov ako každý iný chlapec. Dokážte, že existuje dievča, ktoré vyhralo zápas s chlapcom.

VZOROVÉ RIEŠENIE

Predpokladajme, že neexistuje dievča, ktoré vyhralo zápas s chlapcom. Každý chlapec má zatiaľ 0 prehier a dievčatami sa ďalej nemusíme zaoberať. Počet chlapcov na turnaji si môžeme zapísať ako n.

Zo zadania vieme, že každý chlapec odohrá s ostatnými chlapcami n - 1 zápasov, pretože sám so sebou hrať zápas nedokáže. Z toho vieme usúdiť, že každý chlapec by mohol mať 0 až n - 1 prehier.

My však vieme, že každý účastník prehral aspoň jeden zápas, teda každý chlapec môže mať 1 až n - 1 prehier, čo je n - 1 možností. Každému chlapcovi teda priradíme rôzny počet prehier v tomto rozmedzí, pretože žiaden chlapec neprehral rovnaký počet zápasov.

Tu však zistíme, že máme n chlapcov, ale iba n-1 možností na prehru medzi chlapcami na každého z nich. Vidíme teda, že všetci chlapci nevedia mať rôzne počty prehier, ak neexistuje dievča, ktoré vyhralo zápas s chlapcom. Preto musí existovať dievča, ktoré vyhralo zápas s chlapcom.

KOMENTÁR

Skúsiť si úlohu na nejakých menších konkrétnych príkladoch (napr. dvaja chlapci, dve dievčatá) je super začiatok, ktorý vás často navedie na dôležité myšlienky ohľadom riešenia úlohy. Pokiaľ však zadanie chce, aby ste ukázali, že nejaký prípad musí nastať naozaj vždy, je potrebné tieto myšlienky aj ďalej použiť pre ošetrenie akéhokoľvek počtu účastníkov. Prečo, keď nastal nejaký spor pri štyroch ľuďoch, nastane podobný spor aj pri akomkoľvek väčšom počte ľudí?