2. ÚLOHA

Opravovali: **Tomáš "Langy" Lang** & **Maruška Kasalová**

Najkrajšie riešenia: **Lucia Erdélyiová**

Počet riešení: **74**

ZADANIE

V autobuse do Sabinova cestovalo 35 cestujúcich na sedadlách očíslovaných od 1 do 35 (každé sedadlo iným číslom). Každý z týchto ľudí buď vždy klame, alebo vždy hovorí pravdu. Každý z nich povedal, že počet pravdovravcov medzi cestujúcimi je deliteľom dvojnásobku čísla jeho sedadla. Koľko najviac pravdovravcov môže byť medzi cestujúcimi?

VZOROVÉ RIEŠENIE

Povedzme, že X je počet pravdovravcov.

Hľadáme dvojnásobky čísel sedadiel deliteľné X. Sedadlá sú očíslované od 1 do 35, takže ich dvojnásobky sú párne čísla od 2 do 70. Z toho nám vyplýva, že všetky delitele čísel musia byť párne čísla. Hľadáme teda presný počet násobkov čísla X v tomto rozmedzí.

Zamyslime sa, koľko násobkov akéhokoľvek čísla sa nachádza do 70. Napríklad číslo 23 má do čísla 70 3 násobky, 35 má 2 násobky, 70 má iba 1 násobok. Z toho nám vychádza, že počet násobkov akéhokoľvek čísla do 70 je 70 vydelené daným číslom, zaokrúhlené nadol.

Vďaka tomu vieme, že X bude mať toľko násobkov, koľko je $\frac{70}{X}$ zaokrúhlené nadol. Keďže X má byť rovné počtu svojich násobkov, tak potom určite musí platiť $X \leq \frac{70}{X}$ a po úprave to teda bude: $X \cdot X \leq 70$ alebo teda $X^2 \leq 70$. Najvyššie číslo, ktoré spĺňa túto podmienku, je číslo 8 $(8 \cdot 8 = 64)$. Najbližšie vyššie celé číslo je 9 a $9 \cdot 9 = 81$, čo je viac ako 70. Tým sme si dokázali, že pravdovravcov nemôže byť viac ako 8.

Ešte overme, že 8 sedí. Do 70 má naozaj práve 8 násobkov. Na začiatku sme si povedali, že násobky hľadáme iba v párnych číslach a nakoľko je číslo 8

párne, potom aj každé číslo, ktoré delí, je párne. Medzi povedanými číslami teda bude všetkých týchto 8 násobkov do 70.

Pravdovravcov je v autobuse 8.