5. ÚLOHA

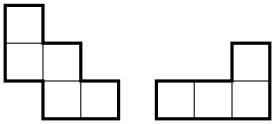
Opravovali: **Ninka Hudáková** & **Oliver Seman**

Najkrajšie riešenie: **Viktoriia Boyko**

Počet riešení: **66**

ZADANIE

Pán Cestovateľ chce rozdeliť pozemok v Michalovciach tvaru štvorca 6 × 6 na štvorpolíčkové a päťpolíčkové úseky rovnaké ako tie na obrázku (pričom ale môžu byť oproti nim ľubovoľne otočené či preklopené). Nájdite všetky možné dvojice počtov týchto úsekov, na ktoré sa dá pozemok rozdeliť.



VZOROVÉ RIEŠENIE

Pozemok v Michalovciach má 36 políčok. Počet štvorpolíčkových úsekov, ktoré pán Cestovateľ použil, si označme ako X a počet päťpolíčkových úsekov, ktoré pán Cestovateľ použil, si označme ako Y. Teraz vieme, že pre počet políčok, na ktoré sme pozemok rozdelili, platí:

$$4X + 5Y = 36$$

Úpravou tejto rovnice dostávame:

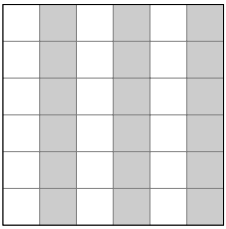
$$5Y = 36 - 4X$$

$$5Y = 4(9 - X)$$

Pravá strana je deliteľná 4, a teda aj ľavá strana musí byť deliteľná 4. Preto vieme, že $5Y$ je deliteľné 4. Z toho vyplýva, že Y je deliteľný 4. Keďže políčok

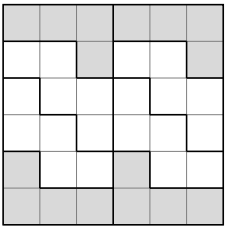
máme 36, tak Y môže byť maximálne $36 : 5 = 7,2$. Z toho vieme, že Y musí byť menej ako 8, teda 4 alebo 0.

Ak $Y = 0$, znamená to, že pán Cestovateľ rozdelil pozemok iba pomocou štvorpolíčkových úsekov a využil ich $36 : 4 = 9$. Ofarbime si teraz pozemok na biele a sivé stĺpce, tak ako na obrázku.



Všimnime si, že každý ľubovoľne otočený alebo preklopený štvorpolíčkový úsek je tvorený tromi políčkami jednej farby a jedným políčkom druhej farby. Keďže každým úsekom zaplníme jedno alebo tri sivé políčka, vždy zaplníme nepárny počet sivých políčok. Na zaplnenie celého pozemku použijeme 9 štvorpolíčkových úsekov, ale keď nepárny počet ráz zaplníme nepárny počet sivých políčok, určite ich dokopy zaplníme nepárne veľa. V tabuľke je však sivých políčok 18, čiže ich všetky použitím deviatich štvorpolíčkových úsekov nikdy nezaplníme.

Ak $Y = 4$, tak $X = 4$ a v tomto prípade vieme rozdeliť pozemok napríklad takto:



Pozemok sa teda dá rozdeliť len na 4 štvorpolíčkové a 4 päťpolíčkové úseky.

KOMENTÁR

Najťažšou časťou bolo dokázať, že pozemok nevieme rozdeliť na deväť štvorpolíčkových úsekov. Plný počet bodov sa tak podarilo získať dvanástim

z vás. So zvyškom úlohy ste sa popasovali veľmi pekne, často sa však vyskytovali dve hlavné chyby.

Prvou z nich bolo, že ste našli všetky riešenia rovnice $4X + 5Y = 36$, ale nedokázali ste, že iné neexistujú. Ak takú rovnicu riešite len vyskúšaním všetkých možností, je potrebné napísať, aké možnosti ste vyskúšali alebo ako ste tieto možnosti skúšali. Len napísaním, že jediné riešenia sú $(9, 0)$ a $(4, 4)$ totiž nedokážete, že žiadne iné riešenie táto rovnica nemá.

Druhou častou chybou bolo, že ste nenakreslili konkrétne rozdelenie a len napísali, že existuje. To je síce pravda, ale pre úplnosť riešenia je nutné toto rozdelenie ukázať. Inak by sme predsa mohli rovnako aj v druhom rozoberanom prípade len povedať, že nejaké rozdelenie existuje, čo už pravda nebola.