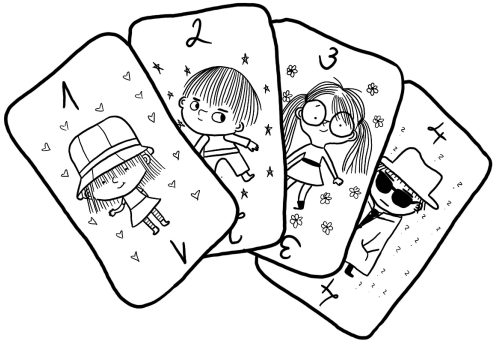
MALYNÁR

Zimný semester ***35. ročník (2025/2026)***

Malynár je matematická súťaž pre šikovných štvrtákov až šiestakov základných škôl a primánov. Ak sa ti bude dariť, čaká ťa týždňové dobrodružstvo na sústredení – plné zaujímavej matematiky, ktorú v škole len tak nestretneš, ale aj kopec športu, hier a tvorivých aktivít. Pre víťazov máme pripravené aj niečo navyše – knižné poukážky.

Ako na to?

Každý polrok pre teba pripravíme 2 série, každú so 6 úlohami. Svoje riešenia úloh nám potom odovzdáš na našej stránke do zadaného termínu. My ti ich do niekoľkých dní skontrolujeme a obodujeme. Ak budú tvoje riešenia správne a získaš dosť bodov, po skončení 2. série sa môžeš tešiť na pozvánku na sústredenie. Podrobné pravidlá nájdeš na strom.sk/malynar/akcie/malynar/pravidla/.



Súťažné zadania

Pri riešení a spisovaní úloh prihliadaj len na informácie v zadaní konkrétnej úlohy, neopieraj sa o fakty, ktoré sa dozvieš v príbehu.

1. SÉRIA ***TERMÍN: 20.10.2025***

Kedysi dávno pred tým, než sa tlačilo farebne, hrali sa ľudia iba s kockami, čo sa malej skupinke veľmi zapáčilo. Ich láska k hrám ich zaviedla ku korytu rieky Kart. Tu sa usadili a vzniklo malebné mestečko Hranov nad Kartou. No ako každé mestečko, i toto je háklivé na požiare.

1. ÚLOHA

V meste Hranov nad Kartou sú tri ulice. Na ulici Pravdová žijú iba pravdovravci. Na ulici Lžová žijú iba klamári. Na ulici Šachová žijú ľudia, ktorí po jednej striedajú pravdivé a klamlivé vety. Raz si požiarnici všimli kúdol dymu nad mestom a hneď sa aj ozval telefón:

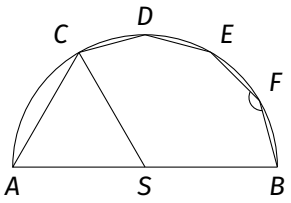
- Volajúci: „Na mojej ulici horí!“
- Požiarnik: „A na akej ulici bývate?“
- Volajúci: „Lžová.“

Vieme, že horí iba na jednej ulici. Na ktorej?

V centre Hranova nad Kartou leží námestíčko. Občania sem zvyčajne prichádzajú s chuťou hrať spoločenské hry. Dnes je tomu tak i pre Livku, Grétku a Tomáša. Prišli si zahrať veľmi populárnu hru Ligretto. Ale nevedeli, kam si sadnúť tak, aby sa im slnko nelesklo na kartách. Potrebovali zistiť, aký uhol musí byť medzi nimi.

2. ÚLOHA

Námestie má tvar polkruhu s priemerom AB, stredom S a bodmi C, D, E a F na kružnici ako na obrázku. Vieme, že trojuholník ASC je rovnostranný a že úsečky CD, DE, EF a FB sú všetky rovnako dlhé. Zistite veľkosť uhla EFB.



Ako tak hrali, čírou náhodou šiel okolo pán predseda Krycák. Všimol si, ako sa Livka a kamaráti hrajú. Znechutene na nich pozrel, no napriek všetkým očakávaniam neodišiel. Prikradol sa ku nim a slizkým hlasom sa im prihovoril: „Smiem sa k vám pridať?"

V tom istom čase, nezávisle od hry na námestí, sa do Hranova nad Kartou prisťahoval nový občan.

3. ÚLOHA

Platí, že v Hranove sú iba Ligreťáci a Kryciaci. Každý Ligreťák posiela každý deň každému Kryciakovi 2 listy. Každý Kryciak posiela každému Ligreťákovi každý deň 1 list. Doposiaľ sa každý deň takto poslalo 624 listov. Dnes sa do Hranova prisťahoval Igor Rýľ, prvý človek, ktorý je naraz aj Ligreťák, aj Kryciak, a obdržal 45 listov. Koľko bolo pred Igorovým príchodom v Hranove Ligreťákov a Kryciakov?

Krycák bol známy svojím odporom voči Ligrettu, preto to všetkých zarazilo. Kedysi dávno Ligretto hrával, no veľmi mu to nešlo. Ostatní vtedy žiaľ nevedeli, že Krycák je farboslepý, a teda nevie rozlíšiť farby na kartičkách. Keď už bol zapojený do hry, musel spočítavať body iným tímom. V pamäti má jeden konkrétny moment, keď zabudol na počty bodov všetkých tímov.

4. ÚLOHA

Tri tímy hrajú hru a zabudli, aký majú počet bodov, pamätajú si len tieto tvrdenia o ich počte bodov:

- Prvý tím: „Počet bodov má nepárny ciferný súčet, párny ciferný súčin, a ak k nemu pripočítame 1, tieto dve vlastnosti sa nezmenia."

- Druhý tím: „Počet bodov má párny ciferný súčet, párny ciferný súčin, a ak k nemu pripočítame 1, tieto dve vlastnosti sa nezmenia.“
- Tretí tím: „Počet bodov má párny ciferný súčet, nepárny ciferný súčin, a ak k nemu pripočítame 1, tieto dve vlastnosti sa nezmenia.“

Zistite, aký najmenší počet bodov môže mať každý z tímov, alebo dokážte, že taký počet bodov neexistuje.

Keď Krycák nemôže hrať Ligretto, nemôže nikto! Spokojne sa pousmial. Dostal nápad, čo s tým spraví: „Moje eso v rukáve budú baktérie! Avšak potrebujem vedieť, ktorý rod bude lepšie použiť.“

5. ÚLOHA

Dva rody baktérií, červený a modrý, vedú vojnu v skúmavke. Modrých je na začiatku 86 a červených je 50. V každej chvíli sa udeje jedna z týchto vecí:

- Jedna modrá baktéria sa rozdelí na 4 modré baktérie.
- Jedna červená baktéria sa rozdelí na 5 červených baktérií.
- Stretne sa 6 modrých a 6 červených baktérií, pobijú sa a všetky umrú.

Krycák prišiel a zistil, že v skúmavke je už iba jeden rod baktérií. Ktorý z nich to môže byť? Prečo to ten druhý byť nemôže?

Krycák chce rozmiestniť zlovestné baktérie do každého domu v celom meste. Všetky domy majú rovnaký tvar, líšia sa iba veľkosťou. Keď obyvatelia Hranova zaspia, baktérie sa zobudia a začnú hľadať všetky ligrettové karty. Keď ich nájdu, odnesú ich Krycákovi. Karty Ligretta už nikdy neuvidia svetlo sveta, žiadne ruky ich už nezamiešajú, pretože budú dobre schované v trezore.

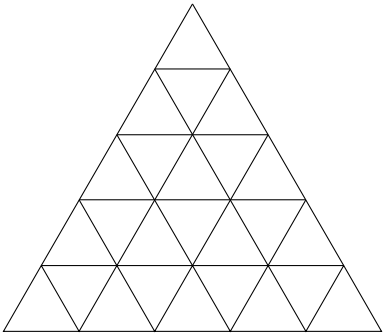
Ale skôr, než ich tam môže Krycák vypustiť, musí zistiť, do koľkých miestností je schopný sa dostať.

6. ÚLOHA

Na papieri má Krycák nakreslený plán domu v tvare trojuholníkovej mriežky s 5 riadkami ako na obrázku. Trojuholníky predstavujú miestnosti. V najvrchnejšej miestnosti na pláne je vchod do domu. Z jednej miestnosti do druhej sa dá prechádzať iba vtedy, ak spolu susedia stranou. Do každej miestnosti sa dá vojsť iba raz.

a) Koľko najviac miestností vie Krycák navštíviť v tomto pláne domu?

b) Koľko najviac miestností by vedel navštíviť, ak by plán domu bola mriežka s 2025 riadkami?



Mestečko sa zobudilo do nového dňa. Obyvatelia s hrôzou zistili, že im chýba ich obľúbená hra, Ligretto. Hneď bolo treba nájsť dobrovoľníkov na záchrannú misiu. Livka, Grétka a Tomáš sa prihlásili ako prví. Podarí sa im to?

2. SÉRIA *TERMÍN: 17.11.2025*

Odkedy v Hranove zmizli všetky ligrettové karty, nič nebolo ako predtým. Ani školu tento vážny problém neobišiel. Kvôli chýbajúcemu Ligrettu sa deti tak rozhádali, že už vôbec nechceli byť spolu v triede. Väčšina si myslela, že niekto zo spolužiakov bol zodpovedný za tento podlý čin. A tak nastal problém – ako vytvoriť nové triedy?

1. ÚLOHA

Sedem detí ide spolu z tretieho do štvrtého ročníka a každé z nich nemá rado niektoré iné, ako vidíme v tabuľke.

Dieťa	Koho nemá rado
A	B, E, G
B	A, C, D, E
C	B, D, F
D	B, C, G
E	A, B, F, G
F	C, E
G	A, D, E

Koľko najmenej tried musí byť v štvrtom ročníku otvorených na to, aby žiadne dieťa nemalo v triede niekoho, koho nemá rado? Vysvetli aj to, prečo to na menej tried nejde.

Livka, Grétka a Tomáš našli štyri dôkazy. Bol medzi nimi kamerový záznam, odtlačky prstov s prístrojom na ich rozpoznanie, zlodejova zabudnutá fľaša s vodou a denník so zlodejovými výhrami a prehrami v spoločenských hrách za posledných 10 rokov. Každý z dôkazov bol zamknutý vo vlastnej krabičke. Na odomknutie týchto krabičiek Livka a kamaráti potrebujú zistiť ich váhu, pretože kód od každej krabičky je jej hmotnosť. Na zadanie hesla majú vždy iba jeden pokus, a preto si musia byť istí, že ho vedia.

2. ÚLOHA

Kamaráti majú rovnoramennú váhu, ktorá dokáže určiť, ktorá z jej strán je ťažšia alebo či majú jej strany rovnakú hmotnosť. Majú tiež 4 krabičky, ktoré vyzerajú rovnako, ale majú hmotnosti 1001, 1002, 1004, 1005 gramov. Dokážu kamaráti určiť hmotnosť každej krabičky v štyroch váženiach, ak môžu používať iba túto váhu?

Po chvíľke čítania denníka Tomáš pohoršene vykríkol: „Ja už viem, kto toto všetko spravil! Aj tie dôkazy potvrdzujú, že to bol Krycák. V denníku bolo napísané jeho meno, to on nám ukradol Ligretto! Musíme sa teraz k nemu dostať a získať našu obľúbenú hru späť!"

Aby sa Krycákovi pomocníci vedeli spoznať, nosia na svojich uniformách šesťuholníkové logo s červeným štvoruholníkom. Grétka dostala za úlohu nakresliť rovnaké logo pre svojich kamarátov, aby sa vedeli zamaskovať medzi Krycákových pomocníkov. Pred tým, ako začne, potrebuje zistiť, koľko červenej farby na to použije.

3. ÚLOHA

V logu tvaru pravidelného šesťuholníka $ABCDEF$ je K stred strany CD a L stred strany DE. Nazvime X priesečník úsečiek KA a LB. Vieme, že obsah trojuholníka ABX je 12 cm^2. Vypočítajte obsah štvoruholníka $KDLX$.

Podarilo sa to! Livka, Grétka a Tomáš sa dostali do Krycákovho domu. „Prečo tak nenávidíš Ligretto, Krycák? Čo ti táto skvelá hra spravila? " vyhŕkla Grétka.

Krycák sa na kamarátov nevrlo pozrel: „Táto hra mi zničila detstvo! Kedykoľvek sa pozriem na tieto ka-kar-karty, spomeniem si na to, ako sa so mnou nikto nechcel rozprávať, lebo všetci hrali Ligretto. Veď sa tie karty ani nedajú rozlíšiť. Nemôžem túto hru vystáť!"

Nikto nevedel čo povedať, až sa nakoniec ozvala Livka: „Nevedeli by sme sa nejak dohodnúť? Keď nám vrátiš ligrettové karty, môžeme si spolu zahrať."

A takto sa začalo vyjednávanie medzi Krycákom a kamarátmi. Tomáš sa zapozeral na robotické žabky na Krycákovom stole a zamyslel sa.

4. ÚLOHA

Tri robotické žabky stoja na lane. Každú sekundu jedna z nich preskočí inú (nie však dve naraz). Môžu stáť po 9225 sekundách v pôvodnom poradí? Ak áno, vysvetlite ako, ak nie, vysvetlite prečo.

Krycáka ľudskosť a vytrvalosť Livky, Grétky a Tomáša pomaly začala obmäkčovať. Po dvoch hodinách presviedčania bol skoro pripravený im ich milovanú hru odovzdať. Samozrejme, iba ak si potom môžu spolu zahrať. Krycák bol však stále skeptický. Želal si, aby mal spôsob, ako si overiť pravdivosť slov Ligreťákov. Zrazu vošiel do dverí iluzionista Igor Rýľ. Krycák sa potešil, pretože vedel, že Igor mu s týmto problémom vie pomôcť.

5. ÚLOHA

Iluzionista Igor Rýľ rozloží 52 kariet do radu, predtým však jednu podpíše. V každom kroku si publikum vyberie číslo, ktoré nie je väčšie ako počet kariet a iluzionista odstráni buď toľkú kartu zľava, alebo sprava. Igor vopred oznámi, že poslednou zostávajúcou kartou bude tá podpísaná. Pre ktoré počiatočné pozície podpísanej karty môže Igor zaručiť úspech triku? Prečo žiadne iné pozície nebudú fungovať?

Keď kamaráti prišli na Igorov trik, akoby sa po ňom zľahla zem. Pozrú sa na Krycáka, no ten je rovnako v rozpakoch ako oni. Po Igorovi ostala na stole iba jedna jediná karta. Obrátili ju a so znepokojením zistili, že na nej nie je to, čo očakávali. Bola čistá, nič na nej nebolo. Napriek spoločnému nepokoju im Krycák začal plne veriť a odviedol ich ku trezoru.

Akonáhle sa ocitli pred trezorom, Krycák zadal kód. Dvere sa s veľkým rachotom začali otvárať. Ale vo vnútri, tam, kde by malo byť Ligretto, nebolo vôbec nič. Trezor bol na prvý pohľad prázdny.

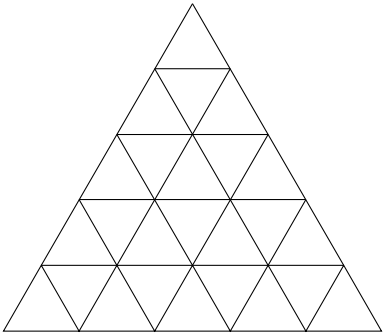
Tomáš sa nahlas zamyslel: „Veď to je čudné, ako by ten zlodej mohol ujsť? Nevieme ho nejak dobehnúť skôr, než sa nám stratí aj s Ligrettom?“

6. ÚLOHA

Plán Krycákovho domu je trojuholníková mriežka s niekoľkými riadkami ako na obrázku. Jednotlivé trojuholníky predstavujú miestnosti. Najvrchnejší trojuholník je miestnosť s trezorom. Zlodej sa nachádza v miestnosti s trezorom. Ďalej sa môže presunúť len do miestnosti susediacej stranou s miestnosťou, v ktorej sa nachádza. Každú miestnosť smie navštíviť iba raz a nesmie sa vracať z miestností na nižšom riadku do miestností na vyššom riadku plánu. Zlodejovým cieľom je dostať sa z domu cez spodnú stranu miestností na najnižšom riadku.

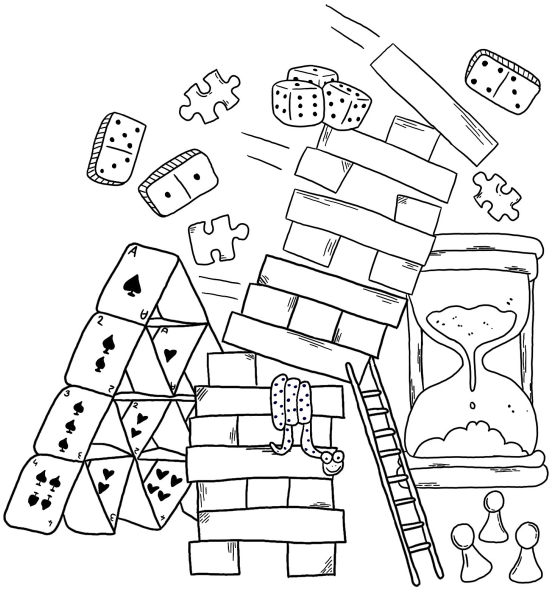
a) Koľkými rôznymi trasami to môže zlodej dokázať pre plánik s 3 alebo 4 riadkami?

b) Ako by ste to vypočítali pre ľubovoľný počet riadkov?



Po premyslení toho, že koľkými možnými cestami mohol zlodej zmiznúť z Krycákovho domu, sa spoločne zhodli, že nemá význam sa ho snažiť chytiť. Namiesto toho pozornejšie prezreli trezor. Keď sa bližšie pozreli na podstavec, zazreli povedomú ligrettovú kartu. Všetci v miestnosti sa zhŕkli okolo Krycáka, ktorý ju zodvihol a otočil. Bolo na nej atramentovým perom napísané: „Igor Rýľ".

Koniec?



Všetko dôležité nájdeš na strom.sk/malynar.

Organizátorom je Združenie STROM a PF UPJŠ v Košiciach.

Združenie STROM
@zdruzeniestrom
@zdruzenie_strom

V prípade otázok nás kontaktuj na malynar@strom.sk.