MALYNÁR

Zimný semester ***36. ročník (2026/2027)***

Malynár je matematická súťaž pre šikovných štvrtákov až šiestakov základných škôl a primánov. Ak sa ti bude dariť, čaká ťa týždňové dobrodružstvo na sústredení – plné zaujímavej matematiky, ktorú v škole len tak nestretneš, ale aj kopec športu, hier a tvorivých aktivít. Pre víťazov máme pripravené aj niečo navyše – knižné poukážky.

Ako na to?

Každý polrok pre teba pripravíme 2 série, každú so 6 úlohami. Svoje riešenia úloh nám potom odovzdáš na našej stránke do zadaného termínu. My ti ich do niekoľkých dní skontrolujeme a obodujeme. Ak budú tvoje riešenia správne a získaš dosť bodov, po skončení 2. série sa môžeš tešiť na pozvánku na sústredenie. Podrobné pravidlá nájdeš na strom.sk/malynar/akcie/malynar/pravidla/.

Súťažné zadania

Pri riešení a spisovaní úloh prihliadaj len na informácie v zadaní konkrétnej úlohy, neopieraj sa o fakty, ktoré sa dozvieš v príbehu.

1. SÉRIA ***TERMÍN: 19.10.2026***

Za siedmimi horami, za siedmimi dolami, kde sa piesok lial a voda sypala, bolo jedno veľké kráľovstvo. Žil tam kráľ s kráľovnou a ich troma dcérami Maruškou, Ninkou a Biankou. Tak ako každý rok, aj teraz sa tri malé princezné začali pripravovať na bál, ktorý usporadúva susedné kráľovstvo. Každá princezná si musí na bál zobrať tie najkrajšie šaty.

1. ÚLOHA

Maruška, Ninka a Bianka si navzájom porovnajú, koľko šiat majú. Každá princezná povie kladné celé číslo. Bianka vždy odčíta menšie z čísel Marušky a Ninky od väčšieho, a to prehlási za svoje číslo. Ukážte, že vždy budú mať v párny počet šiat v šatníku, ak ho vypočítajú ako:

a. súčet ich čísel,

b. súčin ich čísel.

Tri princezné sa usilovne pripravovali na bál a tajne dúfali, že tam stretnú nejakého očarujúceho princa. Okrem troch princezien sa na bál chystalo aj veľa iných princezien z okolitých kráľovstiev, ktoré mali rovnaký plán.

2. ÚLOHA

Na bál prišlo 31 princezien. Možno ich rozdeliť do troch skupín: klamárky, ktoré vždy klamú, pravdovravkyne, ktoré vždy hovoria pravdu, a striedačky, ktoré striedavo klamú a hovoria pravdu. Každá striedačka si náhodne vyberie svoju prvú odpoveď (buď klamstvo, alebo pravdu). Kráľ položil všetkým princeznám tie isté tri otázky v tomto poradí:

- „Si pravdovravkyňa?“ na ktorú 22 princezien odpovedalo „Áno“.
- „Si striedačka?“ na ktorú 15 princezien odpovedalo „Áno“.
- „Si klamárka?“ na ktorú 9 princezien odpovedalo „Áno“.

Koľko bolo pravdovravkýň, klamárok, striedačiek začínajúcich pravdou a striedačiek začínajúcich klamstvom?

Bál bol veľkou slávnosťou, avšak aj napriek tomu sa tri princezné nudili. Tanec ich odmalička nezaujímal. No čo mali princezné rady, bola geometria, a tak aj teraz zaujato prechádzali očami po všetkých tanečníkoch a obzerali si nášivky na ich drahých róbach. Ako si tak postupne obzerali tanečníkov, Ninku upútal pohľad jednej nenápadnej osoby v rohu miestnosti. Vyzeral ako čarodejník, lebo mal na sebe dlhé čierne rúcho a na ňom visel veľký zlatý ornament.

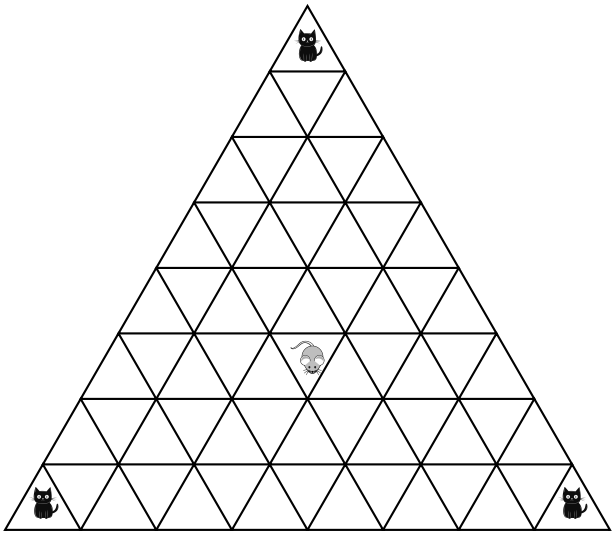
3. ÚLOHA

Ornament je v tvare štvorca $ABCD$ s obsahom $128\,\mathrm{cm}^2$. Bod E je stredom strany AB. Na uhlopriečke AC je bod F taký, že uhol EFC je pravý. Aký je obsah trojuholníka AEF?

Keď sa konečne Ninke podarilo vyrátať príklad, nadšene utekala za sestrami. Čo však nečakala, bolo, že sa na ňu Bianka pohoršene pozrela. „S tým čarodejníkom sa nerozprávaj. Počula som o ňom povedačky, že pred 10 rokmi na tomto bále premenil tri malé princezné na mačky a vraj doteraz niekde na tomto zámku v tajnej komore naháňajú myši.“

4. ÚLOHA

Komnata má tvar trojuholníkového plánika ako na obrázku. V rohových políčkach komnaty sa nachádzajú mačky a v stredovom políčku myš. Mačky lovia myš, ktorá pred nimi uteká. Zvieratká sa na plániku pohybujú tak, že každú sekundu sa všetky zvieratká naraz presunú do niektorého zo susedných trojuholníkov (susedné trojuholníky k trojuholníku sú tie, ktoré s ním zdieľajú stranu). Mačka zje myš, ak sa ocitnú naraz na rovnakom políčku. Ako najdlhšie vie myš ostať nažive?



Maruška sa ku svojim dvom sestrám otočila a zašepkala: „Počujte, ja ale viem, kde tá tajná komnata je. Nechceli by sme sa na ňu ísť pozrieť?" Obidve jej sestry sa na ňu váhavo pozreli, no keď si spomenuli, že inak by ich čakal iba nudný tanec, netrvalo dlho a s odvahou prikývli a vyrazili. Komnatu našli rýchlo, avšak zastavil ich veľký zámok na dverách.

5. ÚLOHA

Na otvorenie zámku potrebuje Maruška vynásobiť štyri celé, kladné, po sebe idúce čísla a výsledok vydeliť číslom 10. Po tomto delení jej ostane nenulový zvyšok. Aký, a prečo?

Keď sa princeznám podarilo dostať cez ohyzdnú zámku, za dverami na nich čakal čarodejník. „Tak vy teda máte veľkú odvahu, len tak sem prísť," predniesol čarodejník drsným, hrubým hlasom. „My sme prišli zachrániť začarované princezné," prehovorila odvážna princezná Bianka. Čarodejník sa na tri malé princezné prekvapene pozrel a Bianke odpovedal: „Ak chceš zachrániť princezné, musíš ma poraziť v kúzelnom zápase."

6. ÚLOHA

Bianka a kúzelník sa striedajú v kreslení na nekonečný papier, pričom každý bude kresliť štyrikrát. Bianka kreslí priamky a kúzelník kružnice. **Žiadne dve nakreslené priamky alebo kružnice nesmú byť totožné (teda také, že každý bod jednej z nich patrí aj tej druhej)**. Kúzelník chce, aby na konci bolo čo najmenej bodov prieniku. Bianka chce, aby na konci bolo čo najviac bodov prieniku. Koľko najviac bodov prieniku môže na konci byť na papieri, ak obaja hrajú najlepšie ako môžu a

a. začína Bianka,

b. začína kúzelník?

Pozor: 11.10. sme do zadania pridali upresnenie hrubým písmom.

Bianka s čarodejníkom dlho neúprosne bojovala, no nakoniec ho porazila. A tak tri malé princezné zachránili dávno zakliate mačky. Po zdrvujúcej prehre sa čarodejník vyparil, akoby sa po ňom zľahla zem.

2. SÉRIA *TERMÍN: 16.11.2026*

Ako čas bežal ďalej, princezné rástli do krásy a žili šťastne. Jedno neskoré popoludnie sa prechádzali po kráľovskej záhrade, keď tu zrazu zazreli list. Uvideli na ňom ornament zlého kúzelníka, ktorého porazili na bále. V liste boli štyri vety a princezné sa báli, čo kúzelník spácha tentokrát.

1. ÚLOHA

Kúzelník napísal štyri vety:

- „Aspoň jedna z týchto viet je pravdivá."
- „Aspoň dve z týchto viet sú pravdivé."
- „Aspoň dve z týchto viet sú nepravdivé."
- „Aspoň jedna z týchto viet je nepravdivá."

Koľko z napísaných viet môže byť nepravdivých? Nájdite všetky možnosti a vysvetlite, prečo žiadny iný počet nepravdivých viet nie je možný.

List bol výhražný, a preto sa rýchlo ponáhľali do zámku. Už cestou však medzi stromami uvideli kúzelníka. Skladal si nejaké kartičky, tváril sa zákerne a princezné sa báli, čo plánuje. Bolo im ale jasné, že nech už ide o čokoľvek, musia to zastaviť a kartičky mu poprehadzovať.

2. ÚLOHA

Kúzelník mal kartičky s ciframi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, každú práve raz. Z týchto kartičiek poskladal tri rôzne prvočísla so súčtom 100. Nájdite všetky možnosti, aké môžu byť tieto trojice, a ukážte, že iné možnosti nie sú.

Pozn. Prvočíslo je číslo, ktoré má práve dvoch deliteľov - 1 *a seba samého. Pozor! Číslo* 1 *nie je prvočíslo.*

Medzitým na zámku kráľ a kráľovná oslavovali výročie svadby, a ako každý rok spolu hrali hry. Nemali ani poňatia, do akého nebezpečenstva sa ich dcéry rútia.

3. ÚLOHA

Kráľ a kráľovná hrajú hru. Na začiatku majú na stole jednu obdĺžnikovú tabuľku čokolády ľubovoľných rozmerov, ktorá je rozdelená mriežkou na štvorčeky. Striedajú sa v ťahoch, pričom začína kráľ. V jednom ťahu môže hráč buď zjesť jednu celú tabuľku čokolády, ktorá je práve na stole, alebo jednu z tabuliek rozlomiť na dve časti jedným rovným lomom pozdĺž mriežky. Hráč, ktorý zje poslednú tabuľku zo stola, prehráva. Môže jeden z nich vyhrať bez ohľadu na to, ako hrá ten druhý? Ako?

Princezné hľadali stopy kam a prečo kúzelník utiekol. Náhle Ninka vykríkla: „Pozerajte čo som našla, tomu ťulpasovi tu vypadla mapa.“ Všetky tri zajasali, konečne vedia kam ísť. Nenápadne si zbalili len to najpotrebnejšie a vydali sa na cestu.

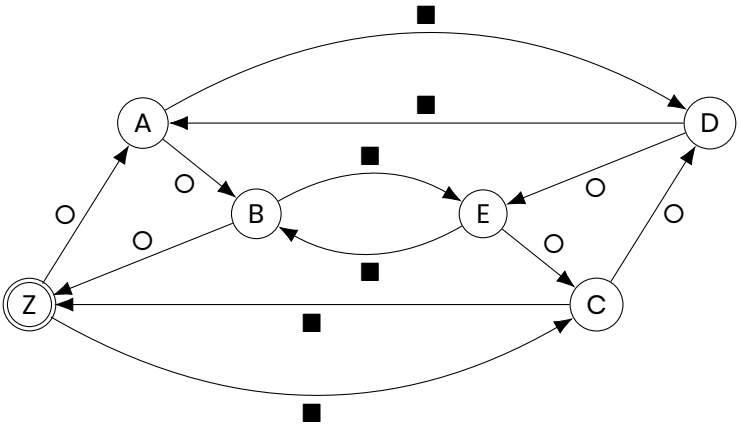
4. ÚLOHA

Princezné idú na výpravu medzi krajinami za kúzelníkom (na obrázku označenými písmenkami *Z*, *A*, *B*, *C*, *D*, *E*). Z krajiny môžu ďalej ísť iba do krajín, ku ktorým vedie šípka. Začínajú s prázdnym pasom. Pri prechode z krajiny do krajiny vždy dostanú do svojho pasu na koniec radu príslušnú pečiatku ○ alebo ■. V rámci svojej výpravy môžu prejsť ľubovoľnou cestou cez krajiny, výprava začína aj končí v krajine *Z*. Každú z krajín môžu navštíviť ľubovoľný počet krát.

a. Mohli sa princezné z výpravy vrátiť s pasom s pečiatkami ○■○■○ alebo ○○○■■■?

b. Princezné sa vrátili z výpravy a v pase mali na striedačku pečiatky ○■○■.... Aké počty takýchto dvojíc ○■ mohli v pase mať a aké nemohli? Prečo?

c. Nájdite pravidlo, podľa ktorého môžeme jednoznačne určiť, či rad pečiatok mohol byť v pase na konci výpravy, alebo nie.



Cestou narazili na pole slnečníc, niekedy muselo byť nádherné. Teraz však, bohužiaľ, časť poľa bola vypálená a pustá. „To je určite práca toho kúzelníka" povedala Bianka „ale aspoň máme stopu kadiaľ išiel." Keďže všetky

princezné sú vzdelané, vytiahla Maruška pero a papier, aby zistila, akú časť poľa kúzelník zničil.

5. ÚLOHA

Pole má tvar štvorca $ABCD$, v ktorom sú body E a G postupne stredy strán AB a CD a bod F leží na strane BC. Priesečník úsečiek EG a DF nazvime H. Akú časť celého štvorca $ABCD$ tvorí súčet obsahov trojuholníkov DGH a EFH? Nezabudnite ukázať, že nezáleží na konkrétnom umiestnení bodu F.

Nestrácali odvahu a išli ďalej. Zrazu uvideli v diaľke dym a počuli divné zvuky. Opatrne sa približovali, až uvideli veľký kruh kúzelníkov.

6. ÚLOHA

Kúzelníci v kruhu majú čísla od 1 do 200. Pre akékoľvek číslo platí nasledovné: ak sa pozrieme na 99 čísel v smere hodinových ručičiek a 99 čísel proti smeru hodinových ručičiek, obe skupiny budú obsahovať rovnaký počet čísel menších ako toto číslo. Aké číslo bude mať kúzelník, ktorí sa nachádza oproti kúzelníkovi s číslom 113?

Všetci mali zahalené tvare a dlhé čierne plášte, na ktorých bolo vidieť zlatý ornament. Uprostred horel obrovský oheň. Kúzelníci recitovali akési nezrozumiteľné slová a princeznám bolo jasné, že tam nemajú čo robiť. Preto sa vrátili domov k rodičom, ktorí im rozprávanie neverili. Ony však vedeli, čo videli.



Všetko dôležité nájdeš na strom.sk/malynar .

Organizátorom je Združenie STROM a PF UPJŠ v Košiciach.

Združenie STROM
@zdruzeniestrom
@zdruzenie_strom

V prípade otázok nás kontaktuj na malynar@strom.sk.