STROM

Letný semester ***50. ročník (2025/2026)***

STROM je matematická súťaž pre šikovných stredoškolákov a žiakov príslušných ročníkov viacročných gymnázií. Ak sa ti bude dariť, čaká ťa týždňové dobrodružstvo na sústredení – plné zaujímavej matematiky, ktorú v škole len tak nestretneš, ale aj kopec športu, hier a tvorivých aktivít. Pre víťazov máme pripravené aj niečo navyše – knižné poukážky.

Ako na to?

Každý polrok pre teba pripravíme 2 série, každú so 6 úlohami. Svoje riešenia úloh nám potom odovzdáš na našej stránke do zadaného termínu. My ti ich do niekoľkých dní skontrolujeme a obodujeme. Ak budú tvoje riešenia správne a získaš dosť bodov, po skončení 2. série sa môžeš tešiť na pozvánku na sústredenie. Podrobné pravidlá nájdeš na strom.sk/strom/akcie/strom/pravidla/.

2% z dane

Drahý riešiteľ, aj tvoji rodičia môžu pomôcť nášmu združeniu darovaním 2% zo svojej dane. Je to jednoduchý spôsob, ako prispieť k našej činnosti. Aj vďaka tejto pomoci môžeme pre teba naďalej organizovať sústredenia, súťaže a inšpirovať ďalšie generácie riešiteľov. Viac informácií a tlačivá sú dostupné na: https://strom.sk/strom/podporte-nas Ďakujeme za podporu.

Súťažné zadania

1. SÉRIA *TERMÍN: 30.3.2026*

1. ÚLOHA

Ratiotos má dve kladné celé čísla a a b, pre ktoré platí $30a + 30b = ab$. Akú najväčšiu možnú hodnotu môže mať súčet Ratiotových čísel?

2. ÚLOHA

Škvrna od vína má tvar kružnice so stredom S. Úsečka PQ je jej dotyčnicou, bod dotyku označme A, ktorý sa nachádza medzi P a Q. Nech B je prienik priamky PS a kružnice taký, že S leží medzi P a B. Multiplianglos si všimol, že veľkosť uhla APB v stupňoch je kladné celé číslo a veľkosť uhla BAQ v stupňoch je jeho k-násobok, pričom k je tiež kladné celé číslo. Akú najväčšiu hodnotu môže mať k?

3. ÚLOHA

Číslo nazývame olivové ak je v tvare $p^6 - 14p^2 + 13$, pričom p označuje prvočíslo, ktoré je väčšie ako 7. Nájdite najväčšieho spoločného deliteľa všetkých olivových čísel.

4. ÚLOHA

Hedronos má pravidelný dvanásťsten, ktorého 20 vrcholov označil rôznymi kladnými celými číslami. Vertesigmos každú z hrán označil číslom $|a - b|$, kde a a b sú čísla vo vrcholoch hrany. Označme k najväčšiu hodnotu na hrane. Aké najmenšie k mohol Vertesigmos dosiahnuť?

5. ÚLOHA

Podlaha chrámu je mriežka, ktorá má r riadkov a s stĺpcov, pričom $r < s$, a je pokrytá 1×1 dlaždicami. Sparťania pri poslednom útoku na chrám poškodili niektoré dlaždice, a to tak, že v každom stĺpci je poškodená aspoň

jedna. Dokážte, že existuje aspoň jedna taká poškodená dlaždica, že riadok, v ktorom sa nachádza, má dokopy viac poškodených dlaždíc ako stĺpec, v ktorom sa nachádza.

6. ÚLOHA

Strecha chrámu má pri pohľade zhora tvar trojuholníka ABC s pravým uhlom pri vrchole C. Bod D leží vo vnútri trojuholníka ABC a na kružnici so stredom v bode B, ktorá prechádza bodom C. Bod E leží na strane AB tak, že $|\angle DAB| = |\angle BDE|$. Kružnica so stredom v bode A, ktorá prechádza bodom C, pretína priamku prechádzajúcu bodmi D a E v bode F, kde bod E leží medzi bodmi D a F. Dokážte, že $|\angle AFE| = |\angle EBF|$.

2. SÉRIA — *TERMÍN: 27.4.2026*

1. ÚLOHA

Okolo okrúhleho stola sedí $2n$ Grékov, z toho polovica Sparťania a polovica Aténčania. Koľko najviac Grékov v závislosti od n môže sedieť vedľa Aténčana?

2. ÚLOHA

Series sa hrá s konečnými postupnosťami kladných celých čísel, a to tak, že do nich na ľubovoľné miesto vkladá alebo z ľubovoľného miesta odoberá dve zhodné susediace podpostupnosti. Napríklad z (5, 4) vie vyrobiť (5, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4) a naopak, alebo z (1) vie vyrobiť (1, 1, 1, 1, 1) a naopak. Dokážte, že Series vie z ľubovoľnej konečnej postupnosti spraviť rastúcu.

3. ÚLOHA

Prístav je tvaru štvorca $ABCD$. Lumomoros chce postaviť maják v bode M a to tak, aby existoval rovnoramenný pravouhlý trojuholník AMN s pravým uhlom pri vrchole M a bod N ležal na strane CD. Nájdite množinu všetkých možných polôh majáku a dokážte, že pre každý bod nájdenej množiny taký trojuholník existuje.

4. ÚLOHA

Series má postupnosť reálnych čísel $\{a_n\}_1^\infty$ takú, že $a_1 = 3$ a $a_{n+1} = a_n(a_n - 1) + 1$ pre všetky kladné celé čísla n. Dokážte, že

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2026^{2026}} < \sum_{i=1}^{2026} \frac{1}{a_i} < \frac{1}{2}.$$

5. ÚLOHA

Sparťania majú na mape zvolených 2026 bodov. Zistili, že keď zvolia ľubovoľných 17, je medzi nimi 11 bodov takých, že ich vedia zakryť kruhom s priemerom 1. Aténčania si priniesli kruhy s priemerom 2. Nájdite najmenší počet aténskych kruhov, ktorý vždy stačí na pokrytie všetkých 2026 bodov.

6. ÚLOHA

Funkciotos sa hrá s funkciou $f(x) = x^2 - 33x + 19$. Nájdite všetky celé čísla $n \geq 2$, pre ktoré práve jedno z čísel $f(1), f(2), \ldots, f(n)$ je deliteľné číslom n.

Všetko dôležité nájdeš na strom.sk/strom.

STROM

Organizátorom je Združenie STROM a PF UPJŠ v Košiciach.

Združenie STROM
@zdruzeniestrom
@zdruzenie_strom

V prípade otázok nás kontaktuj na strom@strom.sk.