STROM

Zimný semester ***50. ročník (2025/2026)***

STROM je matematická súťaž pre šikovných stredoškolákov a žiakov príslušných ročníkov viacročných gymnázií. Ak sa ti bude dariť, čaká ťa týždňové dobrodružstvo na sústredení – plné zaujímavej matematiky, ktorú v škole len tak nestretneš, ale aj kopec športu, hier a tvorivých aktivít. Pre víťazov máme pripravené aj niečo navyše – knižné poukážky.

Ako na to?

Každý polrok pre teba pripravíme 2 série, každú so 6 úlohami. Svoje riešenia úloh nám potom odovzdáš na našej stránke do zadaného termínu. My ti ich do niekoľkých dní skontrolujeme a obodujeme. Ak budú tvoje riešenia správne a získaš dosť bodov, po skončení 2. série sa môžeš tešiť na pozvánku na sústredenie. Podrobné pravidlá nájdeš na strom.sk/strom/akcie/strom/pravidla/.

Košický Matboj

Pre 4-členné tímy stredoškolákov a príslušné ročníky viacročných gymnázií chystáme v Košiciach 24. októbra 2025 tímovú matematickú súťaž Košický Matboj, na ktorej sa stretneš s 3 netradičnými sériami 12 úloh. Viac informácií a neskôr pozvánku s odkazom na registráciu nájdeš na strom.sk/strom/akcie/matboj.

Súťažné zadania

1. SÉRIA **TERMÍN: 27.10.2025**

1. ÚLOHA

Hexakles si na pergamen načrtol šesťuholník $GRECKO$ a následne doň vpísal kružnicu tak, že sa dotýka každej zo 6 strán šesťuholníka. Zistite obvod $GRECKO$, ak $|GR| = 6$, $|EC| = 7$ a $|KO| = 8$.

2. ÚLOHA

Maxisigmos má dve rôzne nezáporné reálne čísla x a y, ktoré spĺňajú $x + \sqrt{y} = \sqrt{x} + y$. Nájdite maximálnu hodnotu súčtu Maxisigmových čísel.

3. ÚLOHA

Herkules sa snaží zabiť hydru. Hydra má niekoľko hláv a každá z hláv má na sebe kladné celé číslo. Herkules môže vždy odseknúť práve jednu hlavu, a podľa toho, aké číslo má táto hlava na sebe, sa udeje jedna z udalostí:

- ak má hlava číslo $2n$, po jej odseknutí hydre narastú 2 hlavy, každá s číslom n,
- ak má hlava nepárne prvočíslo, po jej odseknutí sa nestane nič,
- inak po odseknutí hlavy narastie hlava s číslom o 1 väčším, ako bolo najväčšie číslo na niektorej z hláv pred týmto odseknutím.

Dokážte, že pre každú hydru s konečným počtom hláv existuje konečná postupnosť seknutí, pomocou ktorých Herkules odsekne všetky hlavy a tento postup popíšte.

4. ÚLOHA

Series má dané kladné celé číslo k a uvažuje postupnosť reálnych čísel $\{a_n\}_0^\infty$ takú, že $a_0 = 0$ a $a_n = ka_{n-1} + \sqrt{(k^2-1)a_{n-1}^2 + 1}$ pre všetky kladné celé čísla n. Dokážte, že každý člen postupnosti je nezáporné celé číslo a a_{2n} je deliteľné číslom $2k$ pre všetky kladné celé čísla n.

5. ÚLOHA

Aténske záhrady majú tvar rôznostranného trojuholníka ATE, v ktorom N je stred kružnice vpísanej a Y stred kružnice opísanej. Dokážte, že uhol ANY je menší alebo rovný $90°$ práve vtedy, keď $2|TE| \leq |AT| + |AE|$.

6. ÚLOHA

Triolivus si najprv zvolil celé číslo n väčšie alebo rovné 3 a následne nakreslil v rovine n priamok tak, že žiadne dve nie sú rovnobežné a žiadne tri sa nepretínajú v jednom bode. Za každý rovnostranný trojuholník, ktorý vznikne prienikom troch týchto priamok, zje tri olivy. Za každý rovnoramenný, ale nie rovnostranný trojuholník, ktorý vznikne z troch priamok, zje jednu olivu. Aký najväčší počet olív vedel Triolivus zjesť v závislosti od n?

2. SÉRIA — TERMÍN: 24.11.2025

1. ÚLOHA

Ratiotos má zlomok v základnom tvare $\frac{x}{y}$, ktorý vie zapísať tiež v tvare $\frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}$, kde n je kladné celé číslo, pričom platí, že $x + y = 2025$. Aká je hodnota x?

2. ÚLOHA

Chordilikus si nakreslil trojuholník ABC s pravým uhlom pri vrchole C. Body D a Z ležia na strane AB tak, že CD je kolmé na AB a $|AC| = |AZ|$. Polpriamka, ktorá rozdeľuje uhol BAC na polovicu, pretína stranu CB v bode X a úsečku CZ v bode Y. Dokážte, že štvoruholník $BXYD$ je tetivový. Tetivový štvoruholník je taký štvoruholník, ktorému sa dá opísať kružnica, čo je práve vtedy, keď súčet protiľahlých uhlov je 180°.

3. ÚLOHA

Gréci postavili chrám tvaru kocky $1000 \times 1000 \times 1000$. Každá z jeho šiestich stien je úplne pokrytá štvorcovými kachličkami 1×1. Architektos chce umiestniť do chrámu stĺpy tvaru hranola $1 \times 1 \times 1000$ tak, aby spĺňali nasledovné podmienky:

1. Podstavy stĺpu sa zhodujú s kachličkami ležiacimi na protiľahlých stenách chrámu (pre stĺp teda existuje $3 \cdot 1000^2$ možných pozícií).
2. Každá zo stien stĺpu sa dotýka steny chrámu alebo iného stĺpu (dotyk hranami sa nepočíta).

Aký je najmenší kladný počet stĺpov, ktorý vie Architektos umiestniť do chrámu?

4. ÚLOHA

Okolo okrúhleho stola je rovnomerne rozmiestnených $2n$ Grékov, pričom n z nich sú filozofi a n sú vojaci. Filolistus si zapísal vzdialenosti medzi každou

dvojicou filozofov do zoznamu, od najkratšej po najdlhšiu. Vojalistus si zapísal vzdialenosti medzi každou dvojicou vojakov do iného zoznamu, tiež od najkratšej po najdlhšiu. Rovnaká vzdialenosť sa môže v zozname vyskytovať viackrát. Dokážte, že Filolistov a Vojalistov zoznam sú rovnaké.

5. ÚLOHA

Podzemná vinica má tvar štvoruholníka *VINO*, v ktorom strany *VI*, *IN* a *NO* sú zhodné a veľkosti uhlov *VIN* a *INO* sú postupne 85° a 155°. Aká je veľkosť uhla *IVO*?

6. ÚLOHA

Series má postupnosť takú, že $a_n = \frac{x_1^n - x_2^n}{x_1 - x_2}$ pre všetky kladné celé n, kde x_1 a x_2 sú koreňmi rovnice $x^2 - x - 1 = 0$. Nájdite všetky kladné celé čísla k a l, $k < l$, pre ktoré platí, že l delí $a_n - 2n \cdot k^n$ pre všetky kladné celé čísla n.

Všetko dôležité nájdeš na strom.sk/strom.

STROM

Organizátorom je Združenie STROM a PF UPJŠ v Košiciach.

Združenie STROM
@zdruzeniestrom
@zdruzenie_strom

V prípade otázok nás kontaktuj na strom@strom.sk.