Úlohy

Úloha 1:
Majme trojuholník, ktorého strany sú 5 a 7 centimetrov. Akú najväčšiu dĺžku môže mať tretia strana tohto trojuholníka, ak vieme, že je to celočíselná hodnota v centimetroch?

Úloha 2:
Koľko existuje takých dvojciferných prirodzených čísel, ktoré obsahujú aspoň jednu cifru 5?

Úloha 3:
Škaredé káčatko má v škole strašnú smolu. Pri všetkých hrách, kde sa káčatká delili do skupiniek po 3, 4 a 5, zostalo vždy ako jediné samé. Koľko káčatok chodí do školy, ak vieme, že ich počet je číslo medzi 40 a 70?

Úloha 4:
V triede je 30 žiakov. Nikto z nich nemal z matematiky na vysvedčení horšiu známku ako dvojku. Určte počet žiakov, ktorí mali jednotku, ak trieda mala priemer známok 1,4.

Úloha 5:
Pri obdĺžnikovom stole sedí 6 ľudí - traja na jednej a traja na opačnej strane. Medzi nimi sú 2 manželské páry. Každý manželský pár chce sedieť priamo oproti sebe. Koľkými spôsobmi sa môžu usadiť?

Úloha 6:
Na stenách kocky sú napísané čísla 1, 2, 3, 4, 5 a 6 tak, že súčet čísel na protiľahlých stenách je 7. Číslo vo vrchole kocky vznikne tak, že spolu vynásobíme čísla na troch stenách, ktoré mu prislúchajú. Aký je súčet čísel vo vrcholoch kocky?

Úloha 7:
Zákazník si objednal 25 čokolád. Čokolády sú balené práve po jednej, po dvoch alebo po štyroch. Koľkými spôsobmi vieme tieto čokolády zabaliť? (Čokolády sú rovnaké, a teda nás zaujíma len množstvo čokolád v baleniach.)

Úloha 8:
Predavač má k dispozícii 10 závaží s hmotnosťami 1, 2, 3, 4, $\ldots$,10 kg (z každej hmotnosti jedno). Ktoré z nich si má vybrať, aby mohol odvážiť ľubovoľnú celočíselnú hmotnosť od 1 kg do 11 kg a aby vybrané závažia mali v súčte čo najmenšiu hmotnosť?

Úloha 9:
Ferko si myslí také dvojciferné číslo, že ak ho napíšeme dvakrát za sebou, výsledné číslo bude deliteľné deviatimi. Ak ho napíšeme trikrát za sebou, výsledné číslo bude deliteľné ôsmimi. Aké dvojciferné číslo si myslí Ferko?

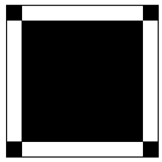
Úloha 10:
Aká je posledná cifra súčtu $1! + 2! + 3! + \cdots + 2016!$? $(n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n)$

Úloha 11:
Je daný štvorec $ABCD$. Nad stranami BC a CD vytvoríme rovnostranné trojuholníky BCE a CDF tak, aby body E, F ležali mimo štvorca. Zistite veľkosť uhla AFE.

Úloha 12:
Kladné celé číslo voláme *vskutku interesantné*, ak je zložené z dvoch cifier a každá z nich je použitá práve dvakrát. Napríklad 1331 je *vskutku interesantné*, ale 1113, 1111, 1333 a 303 nie sú. Určte počet *vskutku interesantných* čísel.

Úloha 13:
Majme pravidelný šesťuholník $ABCDEF$. Koľkokrát je obsah šesťuholníka $ABCDEF$ väčší ako obsah trojuholníka ACD?

Úloha 14:
Súčet niekoľkých (ale najmenej dvoch) po sebe idúcich prirodzených čísel je 1000. Aké najväčšie číslo medzi nimi môže byť?

Úloha 15:

Na obrázku je nakreslená „skoromagická“ vreckovka. Je čierno-biela, pričom čiernu časť tvoria štvorce a bielu časť tvoria obdĺžniky. Keby mali biela a čierna časť rovnaký obsah, bola by vreckovka magická. Aké rozmery má magická vreckovka, ktorej rohový štvorec má obsah 16 cm^2?

Úloha 16:
Nájdite najmenšie prirodzené číslo pre ktoré platí, že súčin jeho cifier je rovný 9!. $(9! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 9)$

Úloha 17:
Máme ihrisko v tvare pravidelného šesťuholníka. O jeho rozmeroch vieme, že najväčšia vzdialenosť medzi jeho rohmi vynásobená vzdialenosťou protiľahlých strán je rovná 80 m^2. Akú plochu v m^2 má ihrisko?

Úloha 18:
Dano sa pri opravovaní úlohy rozhodol, že zo sto riešiteľov, ktorí poslali úlohu, udelí plný počet bodov práve trom. Aby týchto troch šťastlivcov nevyberal úplne náhodne, očísloval riešenia číslami $1, 2, \ldots, 100$ a rozhodol sa, že tieto tri riešenia vyberie tak, aby číslo jedného z nich bolo aritmetickým priemerom čísel zvyšných dvoch. Koľko má Dano možností na výber takýchto rôznych trojíc?

Úloha 19:
Na tabuli sú tri čísla x, y, z. Najväčší spoločný deliteľ čísel x a y je 15. Najväčší spoločný deliteľ čísel y a z je 6. Súčin čísel y a z je 1800. Najmenší spoločný násobok čísel x a y je 3150. Zistite hodnotu čísel x, y, z.

Úloha 20:
O lichobežníku $ABCD$ so základňami AB a CD vieme, že jeho uhlopriečky sú na seba kolmé. Ďalej vieme, že veľkosti uhlov BAC a BDC sú rovnaké a aritmetický priemer dĺžok jeho základní je 8 cm. Vypočítajte obsah tohto lichobežníka.

Hádanky

Hádanka 1:
Do hrnca postupne pridávame 2/7 zo sliepky, 1/6 z ničoho a 1/2 kozy. Nemiešame, varíme 45 minút na miernom ohni. Čo to je?

Hádanka 2:
Čím rýchlejšie bežíš, tým ťažšie to chytíš. Čo je to?

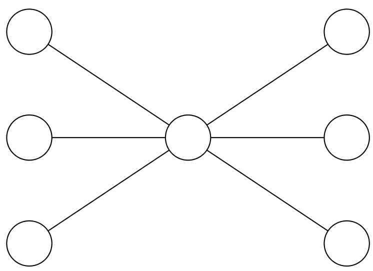
Hádanka 3:
Má veľa jazykov, postrach všetkých lesníkov. Čo je to?

Hádanka 4:
Keď to máš, chceš sa s tým podeliť. Keď sa s tým podelíš, už to nemáš. Čo je to?

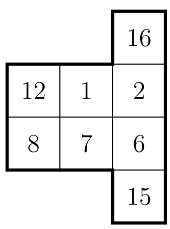
Hádanka 5:
V polievke som super zeleninou a na slonovi som vecou inou. Čo som?

Hlavolamy

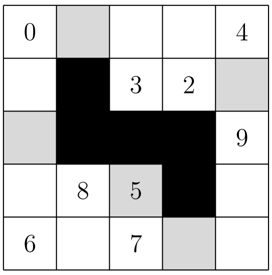
Hlavolam 1:
Do každého z krúžkov doplňte jedno z čísel 2, 3, 4, 5, 6, 7 alebo 8 tak, aby bol súčet každých troch čísel na spoločnej priamke 15 a každé číslo použijete práve raz. Aké číslo bude napísané v strednom krúžku?



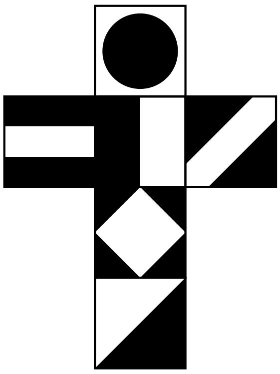
Hlavolam 2:
Odstráňte 2 štvorčeky tak, aby sa obvod útvaru nezmenil a súčet čísel v útvare bol najmenší možný. Útvar sa nesmie rozpadnúť na viacero častí. Do odpoveďového hárku napíšte čísla štvorčekov, ktoré ste odstránili.

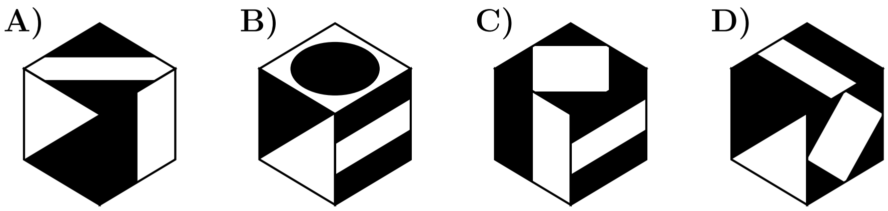


Hlavolam 3:
Archeológovia vykopali papyrus so zvláštnou tabuľkou s výrezom v tvare "obráteného Z" (viď obrázok). Ak v tabuľke zakrúžkujeme ľubovoľných päť čísel tak, aby v každom stĺpci aj riadku bolo zakrúžkované práve jedno a týchto päť čísel sčítame, dostaneme vždy rovnaký súčet. Aký bude súčet čísel na sivých políčkach?



Hlavolam 4:
Určte, ktorá kocka sa dá zložiť z danej siete. Do odpoveďového hárku napíšte písmeno, pod ktorým sa kocka skrýva.





Hlavolam 5:
Na obrázku vidíte deväť čiernych bodov. Vašou úlohou je pomocou troch štvorcov ohraničiť každý bod zo všetkých strán tak, aby bol vo svojej vlastnej ohrádke (ohraničený čiarami štvorcov) sám.