

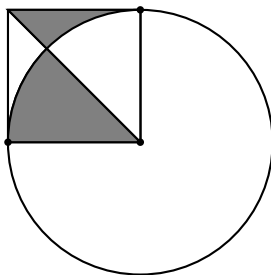
Úlohy

Úloha 1:

V slove *SYR* každé písmeno nahradte číslom, ktoré predstavuje poradie tohto písmena v štandardnej 26-písmenovej (anglickej) abecede. Odovzdajte súčet týchto čísel.

Úloha 2:

Na obrázku je zemiaková placka s priemerom 8 a štvorcový vyprážaný syr, ktorého jeden vrchol leží v strede kružnice a oba k nemu susedné vrcholy ležia na obvode kružnice. Aký je obsah vyfarbenej plochy?



Úloha 3:

Otec Alojz chce do haluškárne nakúpiť počet stoličiek, o ktorom platí, že je to trojciferné číslo začínajúce cifrou 3, ktoré je deliteľné 9 a zároveň 5. Koľko stoličiek môže kúpiť? Nájdite všetky možnosti.

Úloha 4:

Veľký Paľo si vymyslel kladné celé číslo. Najprv ho vydělil 2 a zaokrúhlil nadol, potom výsledok vydělil 3 a znova zaokrúhlil nadol. Nakoniec výsledok vydělil 4 a opäť zaokrúhlil nadol. Výsledok bol 0. Aké najväčšie číslo si mohol Veľký Paľo pôvodne vymyslieť? (Zaokrúhľovanie nadol znamená, že napríklad číslo 71,86 zaokrúhlime na 71.)

Úloha 5:

Máme štvorcový obrúsok $ABCD$ z Otcovej haluškárne so stranou dlhou 10. Na strane CD je bod E tak, že trojuholník AED má obsah 40. Aká je dĺžka DE ?

Úloha 6:

Aká je najvyššia možná hodnota tohto výrazu, ak rôzne písmená predstavujú rôzne cifry?

$$\frac{M \cdot A \cdot T \cdot E \cdot M}{A \cdot T \cdot I \cdot K \cdot A}$$

Úloha 7:

V Otcovej haluškárne sú dvojce hodiny. Jedny idú rýchlejšie, a tak sa ručičky na nich posunú každú hodinu ešte o minútu ďalej. Druhé sú zasa pomalšie, a tak sa každú hodinu omeškajú o dve minúty. Včera ich Veľký Paľo obe nastavil na správny čas, ale keď sa na ne dnes pozrel, videl, že na jedných je 11:00 a na druhých 12:00. Koľko bolo hodín, keď Veľký Paľo nastavil obe hodiny?

Úloha 8:

Máme knedľu v tvare štvorca $ABCD$ so stranou 1. Uvažujme všetky štvorce, ktoré zdieľajú aspoň dva vrcholy s vrcholmi knedle $ABCD$. Aký je obsah vzniknutej oblasti pokrytej všetkými takýmito štvorcami?

Úloha 9:

Na stole je 9 parených buchiet a na každej je grankom vysypané prirodzené číslo od 1 do 9 práve raz. Rozdelíme ich do troch skupín po tri tak, že v každej skupine je súčet čísel rovnaký. Koľko rôznych takýchto rozložení existuje, ak nezáleží na poradí skupín ani čísel v skupinách?

Úloha 10:

Hugolínov vek je najmenšie zložené číslo, ktorým nie je číslo $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 9$ deliteľné. Koľko má Hugolín rokov?

Úloha 11:

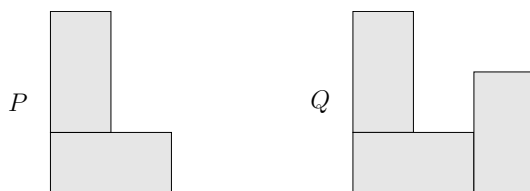
Kód od trezoru v Otcovej haluškární je štvorciferné kladné celé číslo také, že môžeme vyškrtnúť akékoľvek dve cifry a vždy dostaneme dvojciferné kladné celé číslo (05 nie je dvojciferné), pričom toto dvojciferné číslo je bezo zvyšku deliteľné 5. Koľko takých čísel existuje?

Úloha 12:

Zemiaková placka je v tvare pravidelného 12-uholníka $ABCDEFGHIJKL$ a je na nej položený syr v tvare štvorca $ADGJ$. Aká je veľkosť uhla BAD ?

Úloha 13:

Deti si skladali tvary z obdĺžnikových Horaliiek. Všetky Horalky sú rovnako veľké. Tvar P má obvod 58 a tvar Q 85. Aký je obvod jednej Horalky?



Úloha 14:

Čašníčkovi Rudovi sa po zrážke so Zuzanou rozsypali pirohy na dlážku, ktorá vyzerá ako štvorec tvorený z deviatich štvorcových kachličiek, ako na obrázku. Na niektorých kachličkách videl, koľko pirohov na ne spadlo a zapísal to do obrázku, no na niektoré dopadla aj smotana, a teda nevie zrátať všetky pirohy. Zuzana má ale bystrejší zrak a prezradila mu, že v každom riadku, stĺpci a aj na diagonále je súčet pirohov rovnaký. Zistite, aký je súčet pirohov na kachličkách označených a, b, d .

a	13	b
19	c	11
12	d	16

Úloha 15:

Hugolín jedol pirohy v tvare trojuholníkov a jeden bol príliš veľký pre jeho ústa, tak si ho rozkrojil. Rozkrojil ho rovnou čiarou, ktorá spájala stredy dvoch strán. Takto dostal štvoruholník s obvodom 14 a trojuholník s obvodom 8. Vypočítajte dĺžku jeho rezu.

Úloha 16:

Babka Olga upiekla koláč v tvare štvorca s dĺžkou strany 12. Nakrájala ho pre hostí na 6 častí v tvare štvorcov, ktorých dĺžky strán sú celé čísla, avšak nie všetky štvorce majú rovnako dlhé strany. Aký je súčet obvodov všetkých šiestich štvorcov?

Úloha 17:

Mária zostavuje štvormiestny kód tak, že každá cifra v ňom je číslo od 1 do 6. Koľkými rôznymi spôsobmi môže Mária zostaviť kód, ak:

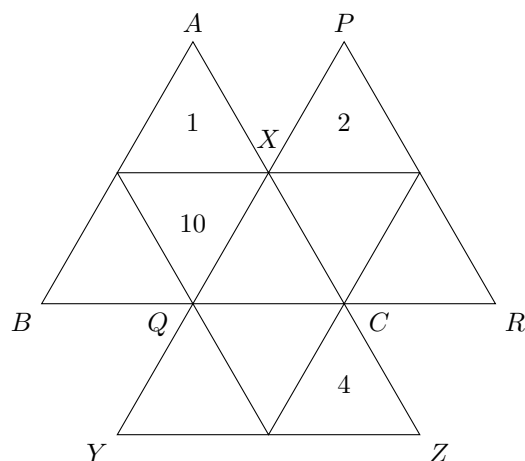
- žiadne dve cifry nesmú byť rovnaké,
 - prvá cifra musí byť väčšia ako posledná?
-

Úloha 18:

Otec Alojz poslal Veľkého Paľa do obchodu kúpiť 4 kusy syrov. Koľko možností má Veľký Paľo na výber, ak mali v ponuke parenicu, ementál a goudou?

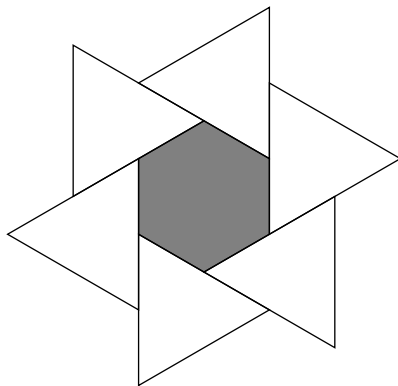
Úloha 19:

Veľký Paľo chce vpísať do políček útvaru na obrázku ceny jedál v obedovom menu, čo sú čísla od 1 do 10 (každé práve raz). Koľkými spôsobmi vie útvar vyplniť, ak chce, aby trojuholníky ABC , QRP a YZX mali rovnaký súčet čísel?



Úloha 20:

Na obrázku je šesť rovnakých rovnostranných trojuholníkov dobošovej torty, z ktorých každý má obsah 8. Medzi nimi vzniká pravidelný šesťuholník. Každá strana šesťuholníka je presne polovica strany trojuholníka. Aký je obsah sivého šesťuholníka?



Úloha 21:

Otec Alojz zistil, že zisky a straty haluškárne za posledné dni sú celé čísla od -12 do 12 , každé práve raz, a vpísal ich do tabuľky 5×5 . Aký najväčší môže byť súčet súčtov riadkov, stĺpcov a oboch diagonál?

Úloha 22:

Kačacie stehná sa predávajú v porciách po 6, 9 a 20 kusoch. Aký je najväčší počet stehien, pri ktorom nie je možné objednať si žiadnu kombináciu vyššie uvedených porcií, aby bol presne dosiahnutý?

Úloha 23:

Hugolín si kúpil vyprázaný syr v tvare trojuholníka ABC s uhlom 72° pri vrchole C . Nech M je stred kruhu vpísaného do trojuholníka ABC . Obsah vpísaného kruhu je 120 . Aký je obsah výseku kruhu ohraničeného úsečkami AM a BM ?

Úloha 24:

Otec Alojz si počas dvanástich po sebe idúcich dní zapisoval, koľko porcií halušiek sa v daný deň objednalo. Na konci si všimol, že každý deň sa objednalo o dve porcie viac ako predošlý deň a že dokopy sa za týchto dvanásť dní objednalo 684 porcií. Koľko porcií sa objednalo v prvý deň?

Úloha 25:

Pastieri si delili syrovú niť, ktorá sa krásne natahuje a po pustení sa stiahne naspäť. Najprv ju zobral prvý a odrezal si 60 cm. Potom zvyšok zobral druhý, natiahol ju na pôvodnú dĺžku a odrezal si z nej 80 cm. Potom ju podal ďalšiemu, ten si z nej opäť urezal a tak pokračovali ďalej, až poslednému zostal zvyšok nite. Keďže sú pastieri spravodliví, každý dostal rovnako dlhý kus. Koľko bolo pastierov?

Úloha 26:

Máme grilovacu mriežku tvaru obdĺžnika veľkosti 13×2 a ľubovoľný počet plátok slaniny veľkosti 2×1 a 3×1 . Mriežku chceme pokryť takýmito slaninami bez medzier a bez prekrytia, pričom žiadna slanina nesmie presahovať cez okraj mriežky. Navyše musí platiť, že dlhšie strany všetkých slanín musia byť navzájom rovnobežné. Koľkými rôznymi spôsobmi vieme pokryť mriežku?

Úloha 27:

Babka Olga má 9 vnúčat. Spolu mali úlohu, aby v čo najkratšom možnom čase upiekli určitý počet bochníkov chleba. Počas jedného dňa vyrobilo každé z vnúčat 15 bochníkov. Babka Olga vyrobila o 9 bochníkov viac, než každý z (desiatich) členov skupiny v priemere. Koľko bochníkov vyrobila za tento deň celá skupina dokopy?

Úloha 28:

Mária si na svojom mobile nastavila 7-ciferný PIN kód v tvare $\overline{ABCDEFG}$, ale keďže má problém zapamätať si ho, napísala si na papier ako nápovedu dve čísla: 8355 a 3324. Platí, že prvé číslo je

súčtom štvorciferného čísla \overline{ABCD} a trojčiferného čísla \overline{EFG} a druhé číslo je súčtom trojčiferného čísla \overline{ABC} a štvorciferného čísla \overline{DEFG} . Zistite Máriin PIN kód.

Označenie \overline{AB} označuje dvojčiferné číslo, ktorého cifra na mieste desiatok má hodnotu A a cifra na mieste jednotiek má hodnotu B .

Úloha 29:

Hugolín udrel Kapitána Korbáča panvicou po hlave. On teraz rozmýšľa, aký je súčet všetkých 5-ciferných palindrómov (čísel, ktoré sa čítajú rovnako odpredu aj odzadu). Pomôžte mu.

Úloha 30:

Máme medovník v tvare pravidelného päťuholníka $ABCDE$. Zostrojíme si dve kružnice, jednu so stredom A a druhú so stredom B , pričom obe majú polomer AB . Priesečník kružníc vnútri päťuholníka si označme X . Aká je veľkosť uhla DEX ?

Úloha 31:

Hugolín prišiel do Otcovej haluškárne, kde dostal dvojčiferné poradové číslo objednávky. Všimol si, že toto číslo je rozdielom druhých mocnín dvoch jednociferných čísel (druhá mocnina čísla je číslo vynásobené samým sebou). Zároveň menšie z týchto čísel je dvojnásobkom cifry označujúcej počet jednotiek v poradovom čísle objednávky. Zistite, aké všetky poradové čísla objednávky mohol dostať.

Úloha 32:

Na stredovej kachličke štvorcovanej podlahy 21×21 na záchodoch Otcovej haluškárne sa nachádza mop. Za jeden ťah možno mop presunúť na susednú kachličku (susedné kachličky zdieľajú stranu). Zuzana urobila 10 ťahov mopom. Koľko existuje kachličiek, kde sa môže mop nachádzať?

Úloha 33:

Obsah podlahy v štvorcovej jedálni v Otcovej haluškáрни je celé číslo a je rovný obsahu podlahy v obdĺžnikovej kuchyni, ktorej obvod je 386. Ak sú strany podlahy obdĺžnikovej kuchyne tiež celé čísla, aká je dĺžka strany podlahy štvorcovej jedálne?

Úloha 34:

V Otcovej haluškáрни je stôl v tvare trojuholníka ABC , ktorý má obsah 168. Vyznačme v ňom strednú priečku KL , kde K je stred strany AB a L stred strany BC . Strednou priečkou sme rozdelili trojuholník na štvoruholník a trojuholník. Priesečník uhlopriečok tohto štvoruholníka označme ako M . Určte obsah trojuholníka KLM .

Úloha 35:

V Otcovej Haluškáрни môžeme platiť 3 rôznymi druhmi mincí. Každá z týchto mincí má v peniazoch kladnú celočíselnú hodnotu. Veľký Jano, Mária a Hugolín majú každý z každého typu mince aspoň jednu. Veľký Jano má spolu 4 mince v hodnote 28, Mária má 5 mincí v hodnote 21 a Hugolín má práve 3 mince. Akú hodnotu majú v súčte Hugolínove mince?

Úloha 36:

Malý Riško si vymyslel postupnosť jedenia halušiek. Zaumienil si, že každý deň zje presne toľko halušiek ako predošlé dva dni dohromady, pričom každý deň zjedol kladný a celočíselný počet halušiek. Toto pravidlo však začal aplikovať až od tretieho dňa. Koľko najmenej halušiek zjedol Malý Riško v tretí deň, ak na ôsmy deň ich zjedol 400?

Úloha 37:

Čašníik Rudo robil uzávierku. Potreboval vypočítať koľko suchých chlebíkov sa za mesiac minulo do cesnakovej polievky. Najprv si na papier napísal číslo 1. Potom písal ďalšie čísla, pričom každé číslo

bolo určené predchádzajúcim číslom, a to tak, že striedal operácie „preusporiadať číslice tak, aby vytvorené číslo bolo čo najväčšie,“ a „pričítaj 1,“ pričom po každej operácii zapísal nové číslo (teda ako druhé napísal opäť číslo 1, ako tretie číslo 2 a ako štvrté znovu číslo 2). Prestal, keď prvýkrát napísal 2025-ciferné číslo. Koľko čísel napísal pred ním?

Úloha 38:

Koľko existuje štvorčekovaných obrúskov 7×7 , ktoré majú zafarbené 2 políčka na červeno a ostatné na bielo? Rovnaké obrúsky sú také, ktoré dostaneme otočením.

Úloha 39:

Malý Riško sa pýtal otca Alojza, koľko má Octavií a koľko Škôd Superb. Tomu záleží na mentálnom vývine Riška, a tak mu dal takéto údaje s tým, že a predstavuje počet Octavií a b počet Škôd Superb:

- $a + 7b$ je prvočíslo
- $a + 1$ je deliteľné b
- $a = 2b + 5$
- $a + b$ je deliteľné 3

Určte všetky možné dvojice a, b predstavujúce tieto počty, ak jedno z tvrdení nebolo pravdivé.

Úloha 40:

Otec Alojz má 5 traktorov, 1 fúrik a 1 motorku. Každý deň môže buď zdvojnásobiť počet svojich fúrikov, alebo vynásobiť deviatimi počet svojich motoriek (musí urobiť práve jedno z toho). Kolkokrát mohol zväčšiť počet svojich fúrikov za 30 dní, ak každý deň niečo urobil a na konci mal dokopy počet vozidiel (teda traktorov, fúrikov a motoriek) deliteľný 7? Ako odpoveď zadajte súčet všetkých možností.

Hádanky

Hádanka 1:

Vytiahli ma z bane a zavreli do drevene j debny, z ktorej ma nikdy nevypustili, a napriek tomu ma používa takmer každý. Čo som?

Hádanka 2:

Na moju mamku nezabudneš, mňa sa nevieš zbaviť a moje deti túžobne očakávaš. Čo som?

Hádanka 3:

Čo vyhodíš, keď to chceš použiť, ale vezmeš si späť, keď to použiť nechceš.

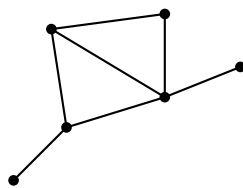
Hádanka 4:

Keď sa mením, vydávam hlasný zvuk. Keď sa zmením, priberiem, ale vážim menej. Čo som?

Hlavalamy

Hlavalam 1:

Medzi mestami A, B, C, D, E a F vedie niekoľko ciest ako na obrázku. Roznáška halušiek 1 chodí medzi mestami C-E-B-F-D a späť. Roznáška halušiek 2 chodí medzi mestami A-C-F-E a späť. Dopíšte mestá do mapy.



Hlavalam 2:

Zakrúžkuj každé číslo 1 – 9 práve raz, nech v každom riadku, stĺpci, vyznačenom štvorci 3 × 3 a diagonále je práve 1 zakrúžkované

		3		6		1	
	1		9	2			2
9					1		3
		5	2		1		4
9	6						4
	9		8		4	2	
9			7				5
	5			6	2		1
		6		4		7	

Hlavalam 3:

Kolko najmenej rovných korbáčov musíme použiť, aby sme v rovine vytvorili 10 rovnostranných trojuholníkov so stranou dĺžky jedného korbáča? Rozloženie korbáčov aj nakreslite.

Hlavalam 4:

Doplňte čísla od 1 do 10 tak, by každé číslo od druhého riadku nižšie bolo rozdielom dvoch čísel nad ním.

